

519
Я 812

ВОЕННАЯ АКАДЕМИЯ СВЯЗИ

С. А. Ясинский

**«ЗОЛОТОЕ» СЕЧЕНИЕ
В СТАНДАРТИЗАЦИИ И ТЕОРИИ ИЗМЕРЕНИЯ**

Санкт-Петербург
2008

Ясинский С. А.

«Золотое» сечение в стандартизации и теории измерения.
– СПб.: ВАС, 2008. – 160 с.

В монографии приводятся результаты анализа основ создания систем предпочтительных чисел и пропорций в теории построения стандартов. Обнаруженная общность в различных единицах измерения позволила поставить вопрос о возможности унификации подходов к выбору некоей единой системы эталонных мер в теории измерения для создания новых и (или) сверхновых систем предпочтительных чисел и пропорций. Возможность этой унификации позволяют создавать математические модели, строящиеся на основе «золотого» сечения (числа) и имеющих с ней непосредственную математическую взаимосвязь последовательностей Фибоначчи-Люка. Дается краткая справка о «золотом» сечении в древней истории.

Для инженеров-исследователей, научных работников, преподавателей, студентов и читателей, интересующихся фактами проявления «золотого» числа не только в природе, обществе и мышлении человека, но и в стандартизации, техническом дизайне и теории измерения.

Ил. 14. Табл. 15. Библиогр.: 141 назв.

СОДЕРЖАНИЕ

	СПИСОК СОКРАЩЕНИЙ.....	6
	ВВЕДЕНИЕ.....	8
1.	Основные понятия о прикладной «золотой» математике и краткая справка о «золотом» сечении (числе) в древней истории	10
1.1.	Основные понятия о прикладной «золотой» математике, «золотом» числе и последовательностях Фибоначчи-Люка.....	10
1.1.1.	Основные понятия о «золотом» сечении, «золотой» пропорции и «золотом» числе	14
1.1.2.	Основные понятия о последовательностях Фибоначчи-Люка..	15
1.1.3.	«Золотые» геометрические прогрессии.....	27
1.1.3.1.	Анализ одного из подходов к образованию «золотой» геометрической прогрессии.....	28
1.1.3.2.	Уточнение уравнений для «золотой» геометрической прогрессии.....	30
1.1.3.3.	Специфичность основного свойства «золотой» геометрической прогрессии.....	33
1.1.4.	Основные понятия о p – «золотых» последовательностях и числах Фибоначчи-Пойа	35
1.1.4.1.	Раскрытие математического смысла p – «золотых» последовательностей и чисел Фибоначчи-Пойа	35
1.1.4.2.	Прикладные аспекты квадратов суммы и разности членов бинома с учетом их гармоничности сочетаний и взаимосвязи с p – «золотыми» числами Фибоначчи-Пойа и «металлическими» числами.....	36
1.1.5.	Основные понятия о последовательностях и q -числах Фибоначчи-Барра	44
1.1.6.	Основные понятия о последовательностях и q -числах Фибоначчи-Падована	46
1.2.	Краткая справка о «золотом» сечении в древней истории	47
1.2.1.	О «золотом» сечении во времена пифагорейцев и Платона	50
1.2.2.	Противоречивость умозаключений А.Ф. Лосева по поводу знаний Платоном о «золотом» сечении	53
1.2.3.	Знал ли Евклид о «золотом» сечении?.....	56
1.2.3.1.	Краткий анализ предложений Евклида с изначальным введением понятия «деление в крайнем и среднем отношении».....	56
1.2.3.2.	Введение еще одного предложения для понимания математического смысла исключенного Гейбергом доказательства предложения 30 (книга VI) «Начал» Евклида.....	60

1.2.3.3.	Что вкладывалось в понятие числа во времена пифагорейцев, Платона и Евклида?.....	64
2.	Обоснование важности стандартизации и теории измерения при построении сложных систем на примере подготовительного этапа к синтезу телекоммуникационной сети двойного назначения.....	66
2.1.	Уточнение основных проблем и выбор групп показателей качества на подготовительном этапе к синтезу телекоммуникационных сетей двойного назначения.....	72
2.2.	Сравнительный анализ двух понятий надежности на подготовительном этапе к синтезу телекоммуникационных сетей двойного назначения.....	77
2.3.	Ранжирование наиболее значимых групп показателей качества для подготовительного этапа к синтезу телекоммуникационных сетей двойного назначения в рамках физического уровня эталонной модели взаимодействия открытых систем.....	81
3.	«Золотое» число и последовательность Фибоначчи в стандартизации и теории измерения.....	86
3.1.	«Золотое» число и последовательность Фибоначчи в стандартизации.....	86
3.1.1.	Системный анализ действующих в стандартизации систем предпочтительных чисел и пропорций.....	86
3.1.2.	Разработка новых систем предпочтительных чисел и пропорций для опережающей стандартизации.....	90
3.1.3.	Разработка общей математической модели для сверхновой системы предпочтительных чисел	96
3.1.4.	Расширение сверхновой системы предпочтительных чисел за счет моделирования зрительного восприятия.....	98
3.1.5.	Примеры важности логически обоснованного и математически доказанного выбора коэффициентов масштабирования для совместного их использования с рядами сверхновой системы предпочтительных чисел.....	106
3.1.5.1.	Пример доказательства нецелесообразности абсолютизации «Модулора» Ле Корбюзье и устранение нарушения гармоничности между красной и синей шкалой.....	106
3.1.5.2.	Примеры классификации границ неоднородных слоев атмосферы и циклов солнечной активности.....	108
3.2.	«Золотое» число и последовательности Фибоначчи-Люка в теории измерения.....	113
3.2.1.	Взаимосвязь отдельных мер длины с «золотым» и «серебряным» числом.....	114

3.2.1.1.	Проявление «золотого» и «серебряного» числа в древнерусских сажнях.....	114
3.2.1.2.	Обоснование особой значимости числа 1,0590....	117
3.2.1.2.1.	Обоснование основного резонансного коэффициента развития природных систем.....	117
3.2.1.2.2.	Доказательство возможности моделирования темперированного строя с использованием основного резонансного коэффициента развития природных систем.....	120
3.2.1.3.	Взаимосвязь "золотых" шкал частот и длин волн со скоростью света в вакууме. Уточнение отдельных английских и древнеегипетских мер длины.....	125
3.2.2.	Решение специальных задач поиска в теории измерения и место в них «золотого» числа	129
3.2.2.1.	Решение специальных задач поиска при использовании тестов свободных от ошибок на основе чисел Фибоначчи-Пойа и «металлических» чисел.....	130
3.2.2.2.	Решение специальных задач поиска при использовании тестов со случайными ошибками на основе «золотого» числа....	135
3.2.3.	Несколько замечаний о корректности применения последовательного поиска методами дихотомии, Фибоначчи и «золотого» сечения (числа).....	138
3.2.4.	О целесообразности уточнения специальных рядов чисел и значений величины (параметра) за счет введения рядов Фибоначчи и Люка.....	141
3.2.4.1.	Применение последовательности Фибоначчи при построении согласующих цепей с повышенной структурной надежностью.....	144
3.2.4.2.	Применение последовательности Люка при построении согласующих цепей с повышенной структурной надежностью.....	145
3.2.4.3.	Повышение структурной надежности согласующей цепи при выходе из строя более двух смежных элементов.....	148
	ВМЕСТО ЗАКЛЮЧЕНИЯ.....	150
	ЛИТЕРАТУРА.....	152

СПИСОК СОКРАЩЕНИЙ

ВТ	–военная техника;
ВН	–военного назначения;
ГП	–геометрическая прогрессия;
ГН	–гражданского назначения;
ДН	–двойного назначения;
ДРЦ	–дискретная реактивная цепь;
ИСО	–международная организация по стандартизации;
КПСУ	–корреспондирующая пара сетевых узлов;
ЛМА	–логико-математический аппарат;
ММ	–математическая модель;
МСП	–многозвенная система передачи;
ОП	-общего пользования;
ОУ	-объект управления;
ОСП	-однозвенная система передачи;
ОЦК	–основной цифровой канал;
РСУ	–резонансное согласующее устройство;
СПП	–система предпочтительных пропорций;
СПЧ	–система предпочтительных чисел;
СЧМС	–система «человек-машина-среда»;
СЦ	–согласующая цепь;
ССП	–средств систем передачи;
СПН	–структурно-поточковая надежность;
СФР	–структурно-физическая реализуемость;
ТКС	–телекоммуникационная сеть;
ТКН	–телекоммуникационное направление;
УФ	–физический уровень;

- ФВ –физические величины;
- ФУ –физических узлов;
- ФЭ –физических элементов;
- ФС –физической среды;
- ЦНС –центральная нервная система;
- ЦПСС –цифровая первичная сеть связи;
- ЭМ ВОС –эталонная модель взаимодействия открытых систем.

Наука – это истина, помноженная на сомнение.

П. Валери

Общепризнанные мнения и то, что считают делом давно решенным, чаще всего заслуживают исследования.

Г. Лихтенберг

ВВЕДЕНИЕ

На суд читателя выносятся своеобразная и в достаточной степени простая теория о проявлении «золотого» сечения (числа) в стандартизации и теории измерения. Конечно все это не истина в последней инстанции, а скорее некие основы построения стандартизации и теории измерения на основе «золотого» сечения (числа) и последовательностей Фибоначчи-Люка. Заранее предупреждаю, что в работе исключены окончательные выводы по разделам, да и само заключение отсутствует. Тем самым я стараюсь предоставить молодым ученым свободу творчества после того, как они прочитают мою монографию. Пусть каждый из Вас сделает свои выводы и заключения, а я потом, ознакомившись с Вашими работами на эту тему, постараюсь вступить в очередные дискуссии.

В первом разделе работы даются основные понятия о прикладной «золотой» математике и краткая справка о «золотом» сечении (числе) в древней истории. Рассмотрение справки о «золотом» сечении (числе) в древней истории оказалось настолько актуальным, что вызвало бурную и непримиримую полемику среди ученых, давно и профессионально занимающихся исследованием проблемы проявления в природе и искусстве законов «золотого» сечения. В связи с создавшейся сложной и противоречивой обстановкой во взаимоотношениях между исследователями проблем «золотого» сечения пришлось поработать непосредственно с переводными образцами книг-первоисточников с целью получения своих частных и независимых от других выводов по этой сложной проблематике.

Во втором разделе производится обоснование важности стандартизации и теории измерения при построении сложных систем на примере подготовительного этапа к синтезу телекоммуникационной сети двойного назначения. Это очень сложная задача, которая решается чаще всего на качественном уровне, поэтому сначала производится уточнение основных проблем и выбор групп показателей качества на подготовительном этапе к синтезу телекоммуникационных сетей двойного назначения, затем делается сравни-

тельный анализ двух понятий надежности на этапе к синтезу и только после всего этого осуществляется ранжирование наиболее значимых групп показателей качества в рамках физического уровня эталонной модели взаимодействия открытых систем.

В третьем разделе рассматривается возможность применения «золотого» числа и последовательностей Фибоначчи и Люка в стандартизации и теории измерения. При этом для убедительности рассматривается несколько примеров:

– примеры важности логически обоснованного и математически доказанного выбора коэффициентов масштабирования для совместного их использования с рядами сверхновой системы предпочтительных чисел;

– пример доказательства нецелесообразности абсолютизации «Модулора» Ле Корбюзье и устранение нарушения гармоничности между красной и синей шкалой в нем;

– примеры классификации границ неоднородных слоев атмосферы и циклов солнечной активности.

Один из самых приятных моментов в истории математики – это момент, когда выясняется, что два раздела математики, которые ранее рассматривались отдельно и считались несвязанными, в действительности являются двумя скрытыми формами одного и того же.

У.У. Сойер

Математика есть способ называть разные вещи одним именем.

А. Пуанкаре

1. Основные понятия о прикладной «золотой» математике и краткая справка о «золотом» сечении (числе) в древней истории

1.1. Основные понятия о прикладной «золотой» математике, «золотом» числе и последовательностях Фибоначчи-Люка

За последние два столетия, несмотря на тенденцию к возрастанию роли абстракции и обобщения в математике, сложилось мнение об исчерпании возможностей получения существенного нового в рамках элементарной алгебры и тригонометрии. Тем более, в течение четырех столетий никто из математиков не решился посягнуть на уточнение теоремы Виета, а ведь, по мнению Э.Т. Белла создание универсальных математических методов стоит в повестке дня. Следовательно, упущение из поля зрения такого математического свойства, как уточнение теоремы Виета путем введения третьего свойства $x_1 - x_2 = D^{1/2}$, где

x_1 и x_2 – корни приведенного квадратного уравнения, а $D^{1/2}$ – корень с дискриминанта, привело к потере ряда связывающих и конвергенцирующих звеньев между основными разделами математики, что не позволило обнаружить несколько скрытых форм одного и того же предмета.

В книге У.У. Сойера «Прелюдия к математике» приводятся отдельные примеры взаимосвязи между тригонометрическими и алгебраическими функциями. Например, он пишет, что числа треугольника Паскаля встречаются в алгебре при возведении $(1+x)$ в различные степени с последующим разложением в ряды, а также встречаются в тригонометрии в процессе произведения соответствующих преобразований с помощью формулы для тангенса суммы двух углов [1].

В монографиях [2] и [3] арифметика и геометрия непосредственно не рассматривались, а лишь использовались в качестве общеизвестных математиче-

ских инструментов по мере необходимости для создания основ унификации элементарной математики [3]. Что касается алгебры и тригонометрических функций (ТФ), то они были взяты за тот материал, на основе которого – проводилась эта унификация. Причем, алгебра и геометрия использовались в необходимом объеме для достижения поставленной научно-практической цели, а разработанный логико-математический аппарат (ЛМА), базирующийся на «золотое» число и различного рода последовательности (прикладную «золотую» математику) [2], собственно и позволил заложить эти основы унификации не только для элементарной, но и для всей математики [3]. Дело в том, что жесткой границы между элементарной и высшей математикой не существует, поэтому разработанные основы унификации в определенной степени распространяются и на высшую математику.

Как было показано в работах [2] и [3], «золотое» число и последовательности Фибоначчи-Люка в ЛМА занимают ключевые позиции. Этот математический аппарат, по мере его дальнейшего развития, позволит перевести прикладную математику из «зачаточного» состояния в более «зрелое» состояние и сделает ее намного доступнее и привлекательнее не только для специалистов с математическими наклонностями, но и с гуманитарным складом ума (особенно при создании междисциплинарной науки), стремящихся устанавливать взаимосвязи между математическими понятиями и окружающим нас миром.

Полученные научные результаты, которые в схематическом виде были приведены в монографии [3], с точки зрения более научного представления терминологии и понятий в этой области исследований, приведены на рис. 1.1 и рис. 1.2, где S_1 – среднее арифметическое, S_0 – среднее геометрическое и S_p – среднее разностное.

Следует отметить, что не смотря на получаемые хорошие результаты математического моделирования с помощью прикладной «золотой» математики аппаратных средств телекоммуникационных сетей (ТКС) двойного назначения (ДН), наблюдается тенденция к росту спроса этого ЛМА и на уровне создания эффективных программных средств, а также в теории измерения и стандартизации, где особо проявились математические модели (ММ), базирующиеся на: «золотое» число и его обратное значение; последовательности Фибоначчи-Люка; «золотые» геометрические прогрессии (ГП); p – «золотые» последовательности и числа Фибоначчи-Пойа; последовательности и q -числа Фибоначчи-Барра; последовательности и q -числа Фибоначчи-Падована. Конечно, со временем может оказаться, что и другие числа и последовательности могут быть использованы в качестве математических моделей для описания различных процессов и структур, например, в теории информации и теории измерения.

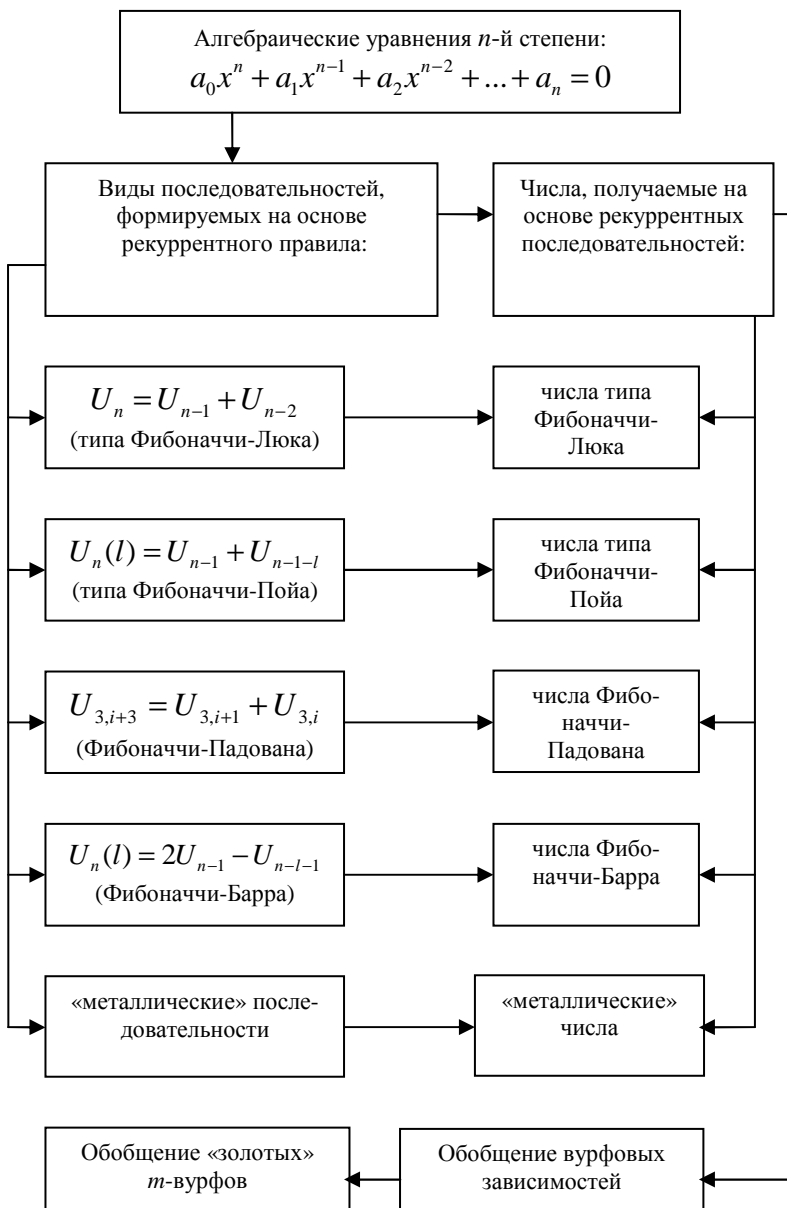


Рис. 1.1

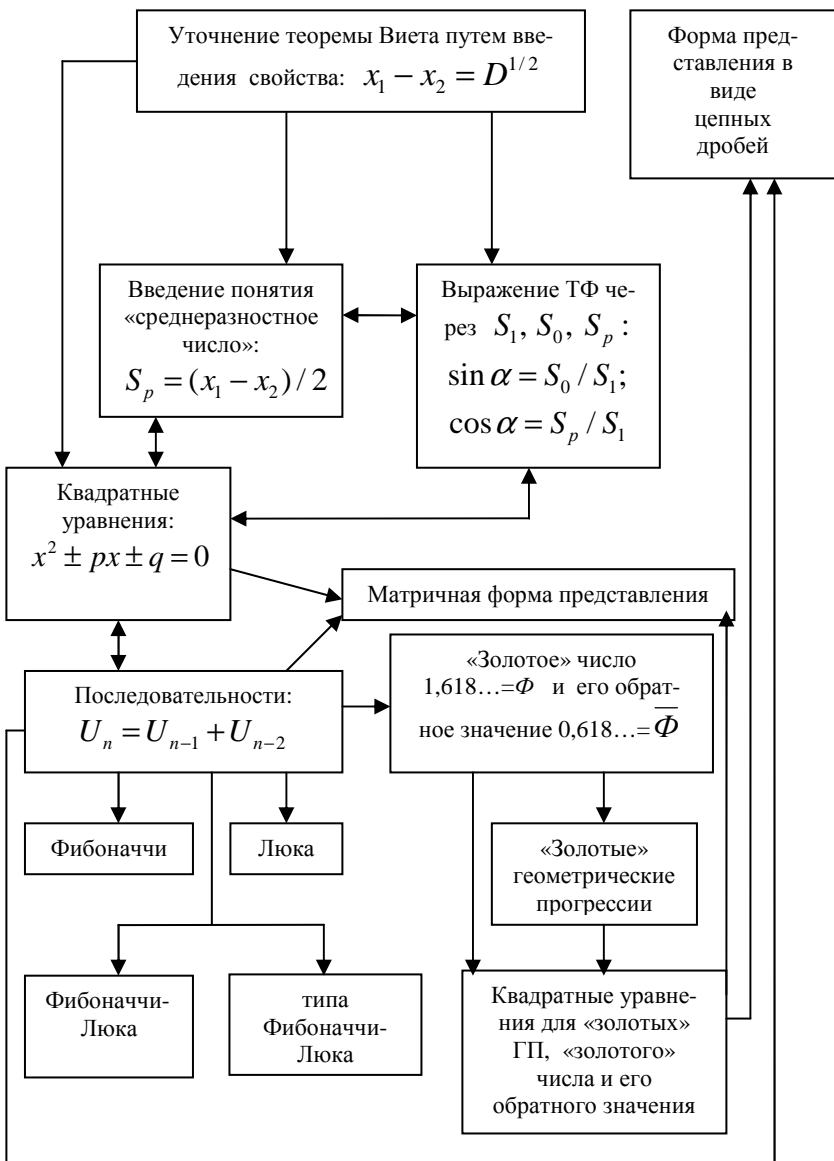


Рис.1.2

Следовательно, с позиции исследования теории измерения и стандартизации более подробно остановимся на основных понятиях о «золотом» числе и его обратном значении, последовательностях Фибоначчи–Люка, «золотых» геометрических прогрессиях, p – «золотых» последовательностях и числах Фибоначчи–Пойа, последовательностях и q -числах Фибоначчи–Барра, последовательностях и q -числах Фибоначчи–Падована.

Что касается «металлических» чисел, то их проявление доказано на примере ММ в теории нелинейной фильтрации, а само понятие «металлических» чисел («металлических» сечений (пропорций) по В. Шпинадель) в узком смысле его понимания [4] со временем потребовало некоего расширения в математическом представлении, так как В. Шпинадель исследовала закономерности только для единственного рода и вида «металлических» чисел, то есть для уравнения $x^2 - px - q = 0$ с целочисленными значениями p и q . В работах [2] и [3], которые базируются на более ранние публикации автора, проводится исследование шире и глубже по своей сути, чем В. Шпинадель, так как у нас исследуются уравнения в полном спектре, от чего В. Шпинадель отказалась заведомо – от возможного получения «неположительных решений (корней)», то есть от исследования уравнений $ax^2 \pm x \pm 1 = x^2 \pm x/a \pm 1/a = 0$ и $x^2 \pm px \pm q = 0$ с классификацией, соответственно, в четыре рода и четыре вида «металлических» чисел [2, 3]. Кроме этого особого отличия разнятся также значения «металлических» чисел, за исключением «золотого» числа, так как они в В. Шпинадель в основном не соответствуют значениям наших «металлических» чисел.

Таким образом, из этой информации следует доказательство почти полного отсутствия взаимосвязи «металлических» пропорций (по В. Шпинадель [4]) с введенными нами «металлическими» числами, а затем и с «металлическими» последовательностями [2, 3].

1.1.1. Основные понятия о «золотом» сечении, «золотой» пропорции и «золотом» числе

Если заглянуть на страницы информационно-поисковых систем Интернет с ключевыми словами «золотое сечение», «золотая пропорция» и «последовательности Фибоначчи–Люка», то интересующую вас с научных позиций информацию трудно получить из-за запутанности в понятиях этих и других терминов, а также из-за произвольности в выборе символов для их обозначения. Не намного лучше дело обстоит с понятиями «золотое сечение», «золотая пропорция» и «последовательности Фибоначчи–Люка», а также с их обозначениями в многочисленной литературе, публикуемой с затрагиванием отдельных аспектов из этой тематики.

Синонимами для «золотого сечения» являются: «золотое деление» [5, 6]; «гармоническое деление» (с математической позиции этот термин менее удачен) [7]; деление отрезка в среднем и крайнем отношении, так, что большая его

часть (M) есть среднее геометрическое между меньшей его частью (m) и длиной всего отрезка ($M+m$), то есть [7]:

$$M = (m(M+m))^{1/2} \text{ или } M^2 = m(M+m). \quad (1.1)$$

От понятия «золотое сечение» имеет место переход к термину «золотая пропорция», синонимом которой есть «божественная пропорция», то есть, когда (1.1) преобразовывается в пропорцию

$$\frac{M+m}{M} = \frac{M}{m}, \quad (1.2)$$

смысл которой заключается в том, что если разделить отрезок ($M+m$) на его большую часть (M), а затем эту большую часть разделить на меньшую часть (m), но с соблюдением равенства между этими двумя отношениями, то получим «золотую пропорцию». В дальнейшем изложении материала будем выделять в кавычках единственное слово «золотое», так как оно не имеет непосредственной физической связи с золотом, то есть с драгоценным металлом.

Так как в «золотой» пропорции (1.2) соблюдается равенство между двумя отношениями для отрезков, которые можно заменить на числа, то появляется возможность выражения этих отношений чисел через иррациональное «золотое» число $\Phi = 1,61803398... \approx 1,618$ и ему обратное «золотое» число $1/\Phi = 0,61803398... = \bar{\Phi}$. Действительно, если (1.2) представить как уравнение

$$M^2 - mM - m^2 = 0, \quad (1.3)$$

то вычислим следующие «золотые» корни: Φm ; $-\bar{\Phi}m$; $\bar{\Phi}M$; $-\Phi M$.

В случае, когда в формуле (1.2) принять, что целая часть $\Pi = M+m=1$, то будем иметь классическое деление в точке K отрезка AB в среднем и крайнем отношении (рис. 1.3), то есть получим для этой точки «золотого» деления (сечения) конкретное значение в виде обратного «золотого» числа $M = 0,618... = \bar{\Phi}$ в результате алгебраического решения уравнения

$$M^2 + M - 1 = 0, \quad (1.4)$$

где большая часть длины этого единичного отрезка $M = 0,618... = \bar{\Phi}$, а меньшая часть $m = \Pi - M = 1 - \bar{\Phi} = 1 - 0,618... = 0,381... = \bar{\Phi}^2$. Кривые линии DB и DK на рис. 1.3 – это дуги, проведенные, соответственно, из центра C , а затем из центра A .

1.1.2. Основные понятия о последовательностях Фибоначчи-Люка

Наряду с «золотым» сечением и «золотой» пропорцией «золотое» число $\Phi = 1,618... = p_1$ можно получить в виде предела, к которому стремится отношение двух смежных чисел возрастающей последовательности, в которой каждый член (U_n) равен сумме двух предыдущих чисел ($U_{n-1} + U_{n-2}$). Эти условия, но с

отношением двух чисел в направлении убывания последовательности, позволяют получить обратное «золотое» число $1/\Phi = \Phi - 1 = \bar{\Phi} = 0,618\dots = \bar{p}_1$. Общая рекуррентная формула для построения последовательностей Фибоначчи-Люка, на основе которых образуются «золотое» и обратное «золотое» числа, имеет следующий вид:

$$U_n = U_{n-1} + U_{n-2}. \quad (1.5)$$

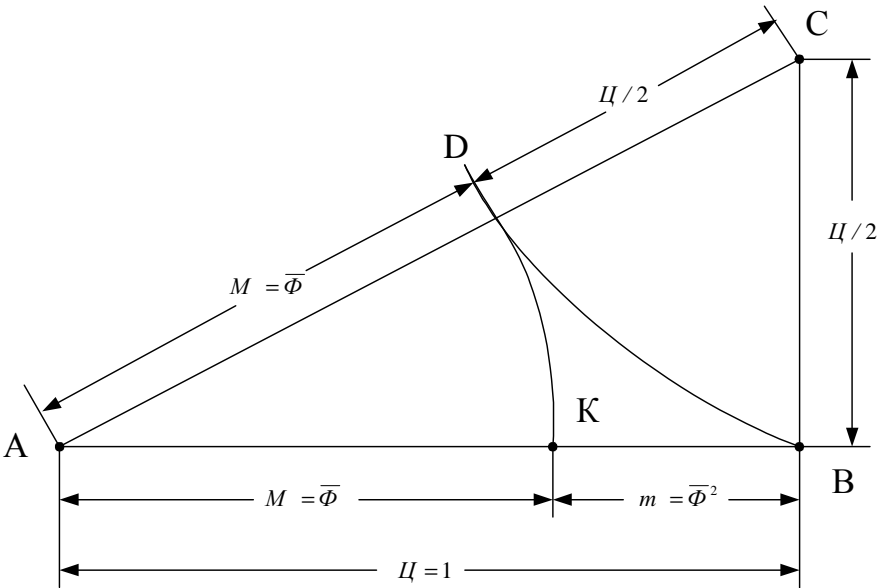


Рис. 1.3

Если принять $U_1 = U_2 = 1$, то с помощью выражения (1.5) получим известную последовательность Фибоначчи

$$1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, 89, 144, \dots, \quad (1.6)$$

как множество чисел $\{F_n\}$, для которого, справедливы следующие свойства:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{F_n}{F_{n-1}} = 1,618033\dots = \Phi; \quad (1.7)$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{F_{n-1}}{F_n} = 0,618033\dots = \Phi - 1 = 1/\Phi = \bar{\Phi}. \quad (1.8)$$

Приведенная выше последовательность Фибоначчи

$$\{F_{n+2} = F_{n+1} + F_n\}: 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, 89, 144, \dots, \quad (1.9)$$

где $n = 1, 2, 3, 4, 5, \dots$, а так же последовательность Люка

$$\{L_{n+2} = L_{n+1} + L_n\}: 2, 1, 3, 4, 7, 11, 18, 29, 47, 76, 123, \dots, \quad (1.10)$$

обладают, судя по (1.7) и (1.8), одинаковым свойством, так как

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{L_n}{L_{n-1}} = 1,618033\dots = \Phi, \quad (1.11)$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{L_{n-1}}{L_n} = 0,618033\dots = \Phi - 1 = \frac{1}{\Phi} = \bar{\Phi}. \quad (1.12)$$

Следовательно, можно предположить о наличии степенной зависимости между этими пропорциями и числами в последовательностях Фибоначчи и Люка. И действительно, если воспользоваться формулами сокращенного умножения типа $a^n - b^n$ и $a^n + b^n$ (т.е. степенными биномами), приняв, что $a = \Phi$ и $b = \bar{\Phi}$, то обнаруживается факт переходов от «золотого» и обратного «золотого» чисел к последовательностям Фибоначчи и Люка (но без числа 2). В случае расширения начальных границ чисел в последовательностях Фибоначчи и Люка предполагается изменение их названий, то есть, в подобных случаях будем их называть последовательностями типа Люка и типа Фибоначчи, а в случае отсутствия в последовательностях Фибоначчи и Люка начальных чисел или ограничения их дальнейшего роста, будем их называть усеченными последовательностями Фибоначчи и Люка снизу и (или) сверху.

Для доказательства наличия переходов от «золотого» и обратного «золотого» чисел к числовым последовательностям Фибоначчи и Люка рассмотрим пример решения биномиальных уравнений $a^n - b^n$ и $a^n + b^n$, при $n = 1, \dots, N$, где $N = 8$, $a = \Phi$ и $b = \bar{\Phi}$.

Произведем вычисление с помощью выражения $a^n - b^n$:

$$\text{а) } a^1 - b^1 = \Phi^1 - \bar{\Phi}^1 = 1; \quad \text{б) } a^2 - b^2 = \Phi^2 - \bar{\Phi}^2 = 2,236\dots = 1\sqrt{5};$$

$$\text{в) } a^3 - b^3 = \Phi^3 - \bar{\Phi}^3 = 4; \quad \text{г) } a^4 - b^4 = \Phi^4 - \bar{\Phi}^4 = 6,708\dots = 3\sqrt{5};$$

$$\text{д) } a^5 - b^5 = \Phi^5 - \bar{\Phi}^5 = 11; \quad \text{е) } a^6 - b^6 = \Phi^6 - \bar{\Phi}^6 = 17,888\dots = 8\sqrt{5};$$

$$\text{ж) } a^7 - b^7 = \Phi^7 - \bar{\Phi}^7 = 29; \quad \text{з) } a^8 - b^8 = \Phi^8 - \bar{\Phi}^8 = 49,95\dots = 21\sqrt{5}.$$

Затем произведем вычисления с помощью выражения $a^n + b^n$:

$$\text{а) } a^1 + b^1 = \Phi^1 + \bar{\Phi}^1 = 2,236\dots = 1\sqrt{5}; \quad \text{б) } a^2 + b^2 = \Phi^2 + \bar{\Phi}^2 = 3;$$

$$\text{в) } a^3 + b^3 = \Phi^3 + \bar{\Phi}^3 = 4,472\dots = 2\sqrt{5}; \quad \text{г) } a^4 + b^4 = \Phi^4 + \bar{\Phi}^4 = 7;$$

$$\text{д) } a^5 + b^5 = \Phi^5 + \bar{\Phi}^5 = 11,180\dots = 5\sqrt{5}; \quad \text{е) } a^6 + b^6 = \Phi^6 + \bar{\Phi}^6 = 18;$$

$$\text{ж) } a^7 + b^7 = \Phi^7 + \bar{\Phi}^7 = 29,06\dots = 13\sqrt{5}; \quad \text{з) } a^8 + b^8 = \Phi^8 + \bar{\Phi}^8 = 47.$$

Из результатов вычислений, полученных с помощью выражений $a^n - b^n$ и $a^n + b^n$, видно, что:

а) если выписать все целочисленные результаты в порядке их возрастания, то есть по мере увеличения степени, то получим последовательность Люка;

б) если разделить каждое из полученных нецелочисленных значений на $\Phi^1 + \bar{\Phi}^1 = 2,236\dots = \sqrt{5}$, то получим последовательность Фибоначчи. Отсюда просматривается ряд общих закономерностей перехода от «золотого» и обратного «золотого» чисел к последовательностям Фибоначчи и Люка, что и требовалось показать. Пользуясь методом математической индукции, можно продемонстрировать, что n -й по порядку нечетный член ($n = 1, 3, 5, \dots$) последовательности Фибоначчи определяется как

$$U'_n(F) = \frac{\Phi^n + \bar{\Phi}^n}{\sqrt{5}}, \quad (1.13)$$

а четный член ($n = 2, 4, 6, \dots$) определяется с помощью формулы

$$U''_n(F) = \frac{\Phi^n - \bar{\Phi}^n}{\sqrt{5}}. \quad (1.14)$$

Но, так как

$$\Phi + \bar{\Phi} = \frac{1 + \sqrt{5}}{2} + \frac{\sqrt{5} - 1}{2} = \sqrt{5}, \quad (1.15)$$

то выражения (1.13) и (1.14) можно преобразовать к следующему обобщенному виду:

$$U_n(F) = \frac{1}{\sqrt{5}} \left[\left(\frac{\sqrt{5} + 1}{2} \right)^n - \left(\frac{-\sqrt{5} + 1}{2} \right)^n \right]. \quad (1.16)$$

Полученное обобщенное выражение (1.16) является формулой Бине, доказательство которой приведено Н.Н. Воробьевым в работе [6].

В настоящее время известны другие способы вычислений $U_n(F)$: с помощью формул Крамера и через преобразование (отображение) квадратных матриц [8].

Анализ выражений (1.13), (1.14), (1.15) показывает, что выражения (1.13) и (1.14) позволяют дифференцировать члены последовательности типа Фибо-

наччи на четные члены и нечетные. В окончательном виде $U'_n(F)$ и $U''_n(F)$ выглядят следующим образом:

а) для нечетных членов

$$U'_n(F) = \frac{\Phi^n + \overline{\Phi}^n}{\Phi + \overline{\Phi}}; \quad (1.17)$$

б) для четных членов

$$U''_n(F) = \frac{\Phi^n - \overline{\Phi}^n}{\Phi + \overline{\Phi}}. \quad (1.18)$$

Пользуясь методом математической индукции, покажем, что n -й по порядку нечетный член ($n = 1, 3, 5, \dots$) последовательности Люка определяется как

$$U'_n(L) = \Phi^n - \overline{\Phi}^n, \quad (1.19)$$

а четный член ($n = 2, 4, 6, \dots$) – как

$$U''_n(L) = \Phi^n + \overline{\Phi}^n. \quad (1.20)$$

Тогда в обобщенном виде выражения (1.19) и (1.20) будут выглядеть следующим образом:

$$U_n(L) = \left(\frac{\sqrt{5}+1}{2} \right)^n + \left(\frac{-\sqrt{5}+1}{2} \right)^n. \quad (1.21)$$

В полученных выражениях (1.17), ..., (1.21), а также в формуле Бине (1.16), заложены основы упрощенного суммирования возведенных в степень «золотого» и обратного «золотого» чисел.

Наряду с уже известными свойствами чисел Фибоначчи [6], их перечень может быть продолжен каждым исследователем самостоятельно в случае более глубокого проникновения в существо «природных феноменов». Простота получаемых математических моделей подкупает и увлекает к поиску новых результатов в процессе исследований.

Так, например, любая пара соседних членов последовательности Фибоначчи обладает следующими общеизвестными свойствами:

а) для четных порядковых номеров чисел из последовательности Фибоначчи ($n = 2, 4, 6, \dots$)

$$U_n^2 - U_{n-1}^2 = U_n U_{n-1} + 1; \quad (1.22)$$

б) для нечетных порядковых номеров чисел из последовательности Фибоначчи ($n = 1, 3, 5, \dots$)

$$U_n^2 - U_{n-1}^2 = U_n U_{n-1} - 1. \quad (1.23)$$

Из выражений (1.22) и (1.23) следует, что разность между квадратами большего и меньшего соседних чисел последовательности Фибоначчи равна произведению этих чисел плюс или минус единица, где плюс соответствует четным порядковым номерам этих чисел в последовательности, а минус - нечетным.

В данном случае свойства (1.22) и (1.23) распространяются только на любые два соседних члена из последовательности Фибоначчи: 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, Однако, путем их преобразований можно получить новые свойства, распространяющиеся на любые четыре соседних члена из последовательности:

а) для четных порядковых номеров ($n = 2, 4, 6, \dots$)

$$U_{n+1} U_{n-2} = U_n U_{n-1} + 1; \quad (1.24)$$

б) для нечетных порядковых номеров ($n = 1, 3, 5, \dots$)

$$U_{n+1} U_{n-2} = U_n U_{n-1} - 1. \quad (1.25)$$

Из выражений (1.24) и (1.25) следует, что для любой усеченной последовательности Фибоначчи, состоящей из четырех чисел, произведение крайних ее чисел равно произведению средних чисел плюс или минус единица, где плюс соответствует четным порядковым номерам чисел последовательности Фибоначчи, а минус – нечетным.

Для последовательностей Фибоначчи-Люка с членами в генах «1,3», «1,4», ..., «1, **M**», образованных с помощью выражения (1.5), свойства (1.22), ..., (1.25) будут справедливы после замены в них чисел «+1» и «-1», соответственно, на «+5» и «-5», на «+11» и «-11» и т.д., но при условии, что первый член в генах («1») имеет порядковый номер $n = 2$, а второй член в генах («3», «4», ..., «**M**») имеет порядковый номер $n = 3$. Заменяемые числа представляют собой последовательность $\pm 1, \pm 5, \pm 11, \pm 19, \pm 29, \pm 41$ и т.д., которая формируется путем сложения $1+4=5, 5+6=11, 11+8=19, 19+10=29, 29+12=41$ и т.д., т.к. приращения образуют последовательность 4, 6, 8, 10, 12 и т.д.

Если последовательность приращений представить в аналитической форме $2(m-1)$, где $m = 3, 4, \dots, \mathbf{M}$, то выражения (1.22), ..., (1.25) применительно к последовательностям с генами «1,3», «1,4», ..., «1, **M**» можно преобразовать в следующий обобщенный вид:

$$U_n^2 - U_{n-1}^2 = U_n U_{n-1} \pm \left(1 + \sum_{m=3}^{\mathbf{M}} 2(m-1)\right); \quad (1.26)$$

$$U_{n+1} U_{n-2} = U_n U_{n-1} \pm \left(1 + \sum_{m=3}^{\mathbf{M}} 2(m-1)\right), \quad (1.27)$$

где перед скобками «+» соответствует четным порядковым номерам членов последовательностей ($n = 2, 4, 6, \dots$), а «-» – нечетным ($n = 1, 3, 5, 7, \dots$). Например, для последовательности с геном «1,4» выражения (1.26) и (1.27) преобразуются в следующий вид:

$$U_n^2 - U_{n-1}^2 = U_n U_{n-1} \pm (1 + \sum_{m=3}^4 2(m-1)) =$$

$$= U_n U_{n-1} \pm (1+2(3-1)+2(4-1)) = U_n U_{n-1} \pm (1+4+6) = U_n U_{n-1} \pm 11; \quad (1.28)$$

$$U_{n+1} U_{n-2} = U_n U_{n-1} \pm (1 + \sum_{m=3}^4 2(m-1)) = U_n U_{n-1} \pm 11. \quad (1.29)$$

Для последовательности Люка 1, 3, 4, 7, 11, 18, ... с геном «1,3» выражения (1.26) и (1.27) выглядят следующим образом:

$$U_n^2 - U_{n-1}^2 = U_n U_{n-1} \pm 5; \quad (1.30)$$

$$U_{n+1} U_{n-2} = U_n U_{n-1} \pm 5. \quad (1.31)$$

В формулах (1.26) и (1.27) относительно знаков равенства правые части равны между собой. Если приравнять эти формулы, то получим очередное свойство для рекуррентных последовательностей, образованных с помощью выражения (1.5), которое в формальном виде выглядит следующим образом:

$$U_n^2 - U_{n-1}^2 = U_{n+1} U_{n-2}. \quad (1.32)$$

Из выражения (1.32) следует, что для любой усеченной последовательности из четырех чисел, образованной с помощью выражения (1.5), произведение крайних ее чисел равно разности между квадратами большего и меньшего средних чисел.

Для проверки истинности выражения (1.32) левую его часть относительно знака равенства преобразуем с помощью формулы сокращенного умножения в следующий вид:

$$U_n^2 - U_{n-1}^2 = (U_n + U_{n-1})(U_n - U_{n-1}) = U_{n+1} U_{n-2}, \quad (1.33)$$

что и требовалось доказать.

Не менее интересны свойства рекуррентных последовательностей, образуемых с помощью выражения (1.5), отражающие закономерную делимость без остатков чисел этих последовательностей на делители из этих же последовательностей.

В качестве примеров, запишем общие выражения для последовательностей Фибоначчи и Люка:

а) свойство делимости для последовательности Фибоначчи

$$\frac{U_{n \cdot m}}{U_n}, \text{ при } n=3, 4, 5, \dots \text{ и } m=1, 2, 3, \dots; \quad (1.34)$$

б) свойство делимости для последовательности Люка

$$\frac{U_{3n}}{U_n}, \text{ при } n=2, 3, 4, 5, \dots, \quad (1.35)$$

где n – порядковый номер члена, соответственно, для последовательностей Фибоначчи и Люка, а m – текущий индекс, определяющий порядковый номер делимого n числа из последовательности Фибоначчи. Для проверки свойств делимости первые 30 чисел из последовательностей Фибоначчи и Люка приведены в табл. 1.1.

Аналогичным образом как для последовательностей Фибоначчи и Люка могут быть определены свойства делимости для других обобщенных последовательностей Фибоначчи-Люка. Если делить любую из последовательностей Фибоначчи-Люка на числа $n = 2, 3, 4, 5, \dots$, то будут образовываться остатки от деления, образующие циклические рекуррентные последовательности (рекурренты) с периодами и наборами чисел, зависящими от выбранного делителя ($n = 2, 3, 4, \dots$). Например, при делении на число «3» любой из последовательностей Фибоначчи-Люка имеет место циклическая рекуррента «0, 1, 1, 2, 0, 2, 2, 1», которая применительно к конкретной последовательности может смещаться относительно первого числа в «гене» не более чем на 7 тактов (чисел). В случае деления этих последовательностей на число «2» всегда образуется циклическая рекуррента «0, 1, 1,» так как в каждой из последовательностей Фибоначчи-Люка имеет место чередование одного четного числа с двумя нечетными.

В процессе решения задач с использованием линейных рекурсивных алгоритмов требуется изначальное определение аналитических рекуррентных выражений, позволяющих производить замену нелинейных рекурсивных алгоритмов на последовательность линейных процедур и вычисления отношений между соседними числами вновь формируемых последовательностей для возведения в любую степень «золотого» числа.

Для доказательства правомочности подобного умозаключения остановимся на преобразованиях последовательностей Фибоначчи-Люка, приводящих к формированию других последовательностей с соотношениями соседних чисел в пределе их роста, равными членам «золотой» геометрической прогрессии, то есть Φ^m , где $m = 1, 2, 3, \dots$. С этой целью, упустив промежуточные выкладки, приведем выражение для определения требуемого n -го члена $U_n(\Phi^m)$ для любой из обобщенных последовательностей Фибоначчи-Люка, как преобразованной, так и не преобразованной в соответствии с требуемым членом «золотой» ГП Φ^m , где $m = 1, 2, 3, \dots$ - степень, в которую возводится «золотое» число Φ . Это выражение выглядит следующим образом:

$$U_n(\Phi^m) = U_{m(L)} U_{n-1}(\Phi^m) \pm U_{n-2}(\Phi^m), \quad (1.36)$$

где "+" – при $m = 1, 3, 5, \dots$; "-" – при $m = 2, 4, 6, \dots$; $n = 3, 4, 5, \dots$ – порядковый номер определяемого члена последовательности; $U_{m(L)}$ – число из последовательности Люка 1, 3, 4, 7, 11, 29, ... с порядковым номером, соответствующим степени $m = 1, 2, 3, \dots$; (Φ^m) – аргумент функций U_n, U_{n-1}, U_{n-2} ;

$U_{n-1}(\Phi^m)$ и $U_{n-2}(\Phi^m)$ – два известных соседних члена формируемой последовательности. Например, используя выражение (1.36) для определения четвертого числа ($n = 4$) в преобразованной последовательности Люка с аргументом (Φ^m) = ($\Phi^3 = 4, 236 \dots$), получим $U_4(\Phi^3) = U_{3(L)} U_3(\Phi^3) + U_2(\Phi^3) = = 4 \cdot 29 + 7 = 116 + 7 = 123$, т. е. последовательность 7, 29, 123 с соотношением $123/29 \approx 29/7 \approx \Phi^3$.

Если преобразовать выражение (1.36) в другой вид и взять пределы, то получим формулу, являющуюся аналогом выражений (1.19), (1.20) и (1.21), т.е.

$$U_{m(L)} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{U_n(\Phi^m)}{U_{n-1}(\Phi^m)} \pm \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{U_{n-2}(\Phi^m)}{U_{n-1}(\Phi^m)} = \Phi^m \pm \overline{\Phi}^m, \quad (1.37)$$

где «-» – при $m = 1, 3, 5, \dots$ и «+» – при $m = 2, 4, 6, \dots$. Например, для $m = 1, \dots, 5$ с помощью выражения (1.37) образуется усеченная последовательность Люка 1, 3, 4, 7, 11, так как $U_{1(L)} = \Phi^1 - \overline{\Phi}^1 = 1$; $U_{2(L)} = \Phi^2 + \overline{\Phi}^2 = 3$; $U_{3(L)} = \Phi^3 - \overline{\Phi}^3 = 4$; $U_{4(L)} = \Phi^4 + \overline{\Phi}^4 = 7$; $U_{5(L)} = \Phi^5 - \overline{\Phi}^5 = 11$.

Не менее важным прикладным аспектом в процессе решения ряда задач является процедура быстрого нахождения частных сумм в последовательностях, которая применительно к последовательностям Фибоначчи-Люка может быть выражена через простейшую аналитическую формулу:

$$S_n(N, M) = U_{n+2}(N, M) - M, \quad (1.38)$$

где $n = 1, 2, 3, \dots$ – порядковый номер частной суммы и индекс чисел из последовательности, (N, M) – аргументы функций в виде первого ($N = 1, 2, 3, \dots$) и второго ($M = 1, 2, 3, \dots$) членов из генов последовательности Фибоначчи-Люка. Так, например, для последовательности Люка с геном « $N = 1, M = 3$ » и $n = 10$ выражение (1.38) преобразуется в следующий вид:

$$S_{10}(1, 3) = U_{12}(1, 3) - 3 = 322 - 3 = 319. \quad (1.39)$$

Если просуммировать первые десять членов последовательности Люка $1 + 3 + 4 + 7 + 11 + 18 + 29 + 47 + 76 + 123$, то получим результат, соответствующий (2.93).

В качестве другого примера, образуем на основе гена « $N = 5, M = 3$ » последовательность Фибоначчи-Люка 5, 3, 8, 11, 19, 30, 49, 79, 128, 207, 335, 542 с числом членов $n = 12$, а затем с помощью выражения (1.38) определим частную сумму для первых десяти ее членов ($n = 10$):

$$S_{10}(5, 3) = U_{12}(5, 3) - 3 = 542 - 3 = 539. \quad (1.40)$$

Для проверки на соответствие полученного результата в (1.40) действительному значению, осуществим суммирование первых десяти членов рассматриваемой последовательности с геном «5, 3»: $5 + 3 + 8 + 11 + 19 + 30 + 49 +$

$+79+128 + 207 = 539$. Полученная контрольная сумма совпала с расчетным значением в (1.40), что еще раз подтверждает справедливость выражения (1.38).

Таблица 1.1

Первые 30 чисел из последовательностей			
Фибоначчи		Люка	
n	U_n , то есть F_n	n	U_n , то есть L_n
1	1	1	1
2	1	2	3
3	2	3	4
4	3	4	7
5	5	5	11
6	8	6	18
7	13	7	29
8	21	8	47
9	34	9	76
10	55	10	123
11	89	11	199
12	144	12	322
13	233	13	521
14	377	14	843
15	610	15	1364
16	987	16	2207
17	1597	17	3571
18	2584	18	5778
19	4181	19	9349
20	6765	20	15127
21	10946	21	24476
22	17711	22	39603
23	28657	23	64079
24	46368	24	103682
25	75025	25	167761
26	121393	26	271443
27	196418	27	439204
28	317811	28	710647
29	514229	29	1149851
30	832040	30	1860498

Процедура быстрого нахождения частных сумм квадратов чисел для последовательностей Фибоначчи-Люка может быть выражена следующим образом:

$$S_n^{(2)}(N, M) = U_n(N, M) U_{n+1}(N, M) - N(M - N), \quad (1.41)$$

где $n = 1, 2, 3, \dots$ – порядковый номер частной суммы и индекс чисел из последовательности, (N, M) – аргументы функций в виде первого ($N = 1, 2, 3, \dots$) и второго ($M = 1, 2, 3, \dots$) членов из геннов последовательности Фибоначчи-Люка. Так, для последовательности Люка (табл. 1.1) с геном « $N = 1, M = 3$ » и $n = 10$ выражение (1.41) преобразовывается в следующий вид:

$$S_{10}^{(2)}(1, 3) = U_{10}(1, 3) \cdot U_{11}(1, 3) - 1(3-1) = 123 \cdot 199 - 2 = 24475. \quad (1.42)$$

Если, например, просуммировать первые десять квадратов чисел последовательности Люка ($1^2 + 3^2 + 4^2 + 7^2 + 11^2 + 18^2 + 29^2 + 47^2 + 76^2 + 123^2 = 1 + 9 + 16 + 49 + 121 + 324 + 841 + 2209 + 5776 + 15129 = 24475$), то получим результат соответствующий (1.42), что подтверждает справедливость выражения (1.41).

В процессе анализа и синтеза отдельных элементов телекоммуникационных сетей в качестве математических моделей в последнее время стали находить применение последовательности типа Фибоначчи-Люка, которые имеют непосредственную взаимосвязь с «золотым» и обратным «золотым» числами. Следовательно, возникла целесообразность проведения исследований простейших свойств этих последовательностей. Решение подобного рода задачи существенно упростится, в случае, если взять за основу известные простейшие свойства последовательности Фибоначчи [6] с целью возможного их обобщения применительно к последовательностям типа Фибоначчи-Люка, образуемых не только на основе натуральных чисел, а и на основе действительных чисел, что делает полученный математический аппарат более универсальным в использовании. Собственно, переход от натуральных чисел к действительным числам является той разницей между последовательностями Фибоначчи-Люка и последовательностями типа Фибоначчи-Люка [9].

Свойство 1.1. Для суммы первых n чисел последовательности типа Фибоначчи-Люка:

$$\sum_{i=1}^n U_i = U_{n+2} - U_2. \quad (1.43)$$

Свойство 1.2. Для суммы чисел последовательности типа Фибоначчи-Люка с нечетными номерами:

$$U_1 + U_3 + \dots + U_{2n-1} = U_{2n} + U_1 - U_2. \quad (1.44)$$

Свойство 1.3. Для суммы чисел последовательности типа Фибоначчи-Люка с четными номерами:

$$U_2 + U_4 + \dots + U_{2n} = U_{2n+1} - U_1. \quad (1.45)$$

Свойство 1.4. Для суммы квадратов чисел последовательности типа Фибоначчи-Люка:

$$\sum_{i=2}^n U_i^2 = U_n U_{n+1} - U_1 U_2. \quad (1.46)$$

Но из-за чего сохраняется для последовательностей типа Фибоначчи-Люка закономерность

$$\lim_{i \rightarrow \infty} \frac{U_{i,j}}{U_{i-1,j}} = 1,618... = \Phi, \quad (1.47)$$

аналогичная закономерности (1.7) для последовательности Фибоначчи (1.9) и закономерности (1.11) для последовательности Люка (1.10)? Чтобы ответить на этот вопрос понаблюдаем за динамикой изменения суммы двух предыдущих чисел в соответствии с рекуррентным правилом (1.5), при $n = 3, 4, 5, \dots$, где U_1 и U_2 - первые два действительных числа («ген») из формируемой последовательности типа Фибоначчи-Люка:

$$U_3 = U_2 + U_1 = 1U_2 + 1U_1;$$

$$U_4 = U_3 + U_2 = 2U_2 + 1U_1;$$

$$U_5 = U_4 + U_3 = 3U_2 + 2U_1;$$

$$U_6 = U_5 + U_4 = 5U_2 + 3U_1;$$

$$U_7 = U_6 + U_5 = 8U_2 + 5U_1;$$

$U_8 = U_7 + U_6 = 13U_2 + 8U_1$ и так далее, что равносильно следующей записи:

$$U_n = F_{n-1}U_2 + F_{n-2}U_1, \quad n = 3, 4, 5, \dots \quad (1.48)$$

С учетом (1.48) по аналогии с (1.47), при $i = n$, запишем:

$$\lim_{i \rightarrow \infty} \frac{U_{i,j}}{U_{i-1,j}} = \lim_{i \rightarrow \infty} \frac{F_{i-1}U_2 + F_{i-2}U_1}{F_{i-2}U_2 + F_{i-3}U_1} = 1,618... = \Phi. \quad (1.49)$$

Следовательно, оказывается, что в независимости от выбора изначальной пары действительных чисел U_1 и U_2 («генов») всегда в пределе роста числа итераций (при $i \rightarrow \infty$) получается «золотое» число Φ , а степень быстроты этого приближения зависит от степени взаимного отличия между U_1 и U_2 . Так как при $U_1 = U_2 = U$ формула (1.48) упрощается к виду:

$$U_n = F_{n-1}U + F_{n-2}U = U(F_{n-1} + F_{n-2}) = F_n U, \quad n = i = 3, 4, 5, \dots, \quad (1.50)$$

то с учетом этого, по аналогии с (1.47) и (1.49), при $i = n$, запишем:

$$\lim_{i \rightarrow \infty} \frac{U_{i,j}}{U_{i-1,j}} = \lim_{i \rightarrow \infty} \frac{F_i U}{F_{i-1} U} = \lim_{i \rightarrow \infty} \frac{F_i}{F_{i-1}} = 1,618... = \Phi \quad (1.51)$$

В выражении (1.51) получено классическое отношение двух соседних чисел (1.7) из последовательности Фибоначчи (1.9), которое, как известно из математики, имеет наилучшую скорость приближения к «золотому» числу Φ в пределе роста числа итераций (при $i \rightarrow \infty$).

Имеют место и другие давно известные варианты образования «золотого» числа, например:

$$\Phi = 1 + \bar{\Phi} = 1 + \lim \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \dots}}} \quad (1.52)$$

$$\Phi = \lim \sqrt{1 + \sqrt{1 + \sqrt{1 + \dots}}} \quad (1.53)$$

$$\Phi = 2 \cos\left(\frac{\pi}{5}\right) \quad (1.54)$$

1.1.3. «Золотые» геометрические прогрессии

В процессе проектирования эстетического облика промышленных изделий для построения ТКС ДН, как системы человек-машина-среда (СЧМС), инженеры-исследователи должны учитывать возможность использования в качестве ММ геометрические прогрессии с возможной их связью с «золотым» и обратным «золотым» числами. Однако если для последовательности членов

$$a_1, a_2, a_3, \dots, a_n, a_{n+1}, \dots \quad (1.55)$$

ГП со знаменателем q справедлива пропорция:

$$\frac{a_1}{a_2} = \frac{a_2}{a_3} = \frac{a_3}{a_4} = \dots = \frac{a_{n-1}}{a_n} = \frac{a_n}{a_{n+1}} = \frac{1}{q} \quad (1.56)$$

При $a_1 = 1$ в формуле (1.56), получим: $a_2 = q$, $a_3 = q^2$, $a_4 = q^3$ и так далее. То есть мы получили известную формулу для выражения любого члена a_n геометрической прогрессии через ее первый член $a_1 = 1$, знаменатель q и его номер n , то есть:

$$a_n = a_1 q^{n-1} = q^{n-1} \quad (1.57)$$

Если подставить в формулу (1.57) $q = 1,618... = \Phi$, то вычислим все члены возрастающей «золотой» ГП

$$\Phi^0, \Phi^1, \Phi^2, \dots, \Phi^{n-1}, \quad (1.58)$$

а если подставить $q = 0,618\dots = \bar{\Phi}$, то вычислим все члены убывающей «золотой» ГП

$$\bar{\Phi}^0, \bar{\Phi}^1, \bar{\Phi}^2, \dots, \bar{\Phi}^{n-1}. \quad (1.59)$$

Так как $1/\Phi = \Phi^{-1} = \bar{\Phi}$, то ГП (1.58) и (1.59) в обобщенном виде могут быть представлены следующими двумя способами:

$$\Phi^n, n = N, \dots, 2, 1, 0, -1, -2, \dots, -N; \quad (1.60)$$

$$\Phi^{-n}, n = -N, \dots, -2, -1, 0, 1, 2, \dots, N. \quad (1.61)$$

В случае необходимости шаг ГП может быть уменьшен до требуемого значения исходя из условий точности решения практической задачи для систем «человек-машина-среда». При необходимости каждый из членов ГП может быть определен с достаточно высокой точностью путем многократного умножения в соответствии с численным значением степени исходного (определяющего шаг) числа на себя. Однако это не единственный способ формирования ГП. Например, возрастающая «золотая» ГП, формируемая на основе общей рекуррентной формулы (1.5), выглядит следующим образом:

$$\begin{aligned} \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{U_n}{U_{n-1}} &= \Phi^1, & \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{U_n}{U_{n-2}} &= \Phi^2, \\ \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{U_n}{U_{n-3}} &= \Phi^3, \dots, & \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{U_n}{U_{n-m}} &= \Phi^m, \end{aligned} \quad (1.62)$$

где n – порядковый номер члена последовательности, а m – максимальное значение степени для Φ . Соответственно, для убывающей «золотой» ГП образуются следующие выражения:

$$\begin{aligned} \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{U_{n-1}}{U_n} &= \bar{\Phi}^1, & \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{U_{n-2}}{U_n} &= \bar{\Phi}^2, \\ \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{U_{n-3}}{U_n} &= \bar{\Phi}^3, \dots, & \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{U_{n-m}}{U_n} &= \bar{\Phi}^m. \end{aligned} \quad (1.63)$$

1.1.3.1. Анализ одного из подходов к образованию «золотой» геометрической прогрессии

Рассмотрим классическое квадратное уравнение (уравнение 2-й степени)

$$x^2 - x - 1 = 0 \quad (1.64)$$

с одним положительным «золотым» корнем $x_1 = (1 + \sqrt{5})/2 = 1,6180339\dots = \Phi$.

Уравнение (1.64) может быть представлено в следующих 2-х основных видах:

$$x_1^2 = x_1^1 + 1; \quad (1.65)$$

$$x_1^1 = x_1^2 - 1. \quad (1.66)$$

В результате поочередного умножения уравнения (1.65) на x_1^m , при $m = 1, 2, \dots$, и подстановки в правую часть каждого из образуемых уравнений с более высокой степенью

$$x_1^{2+m} = x_1^{1+m} + x_1^{0+m} \quad (1.67)$$

полученных ранее значений для x_1^{1+m} и x_1^{0+m} , а также подстановки в соответствующих случаях выражений (1.65) и (1.66), А.П. Стахов отвечает положительно на поставленный им же вопрос [10]: «... существуют ли алгебраические уравнения более высоких степеней, корнем которых является золотая пропорция?» При этом более высокая степень рассматривается относительно уравнения 2-й степени (1.65), то есть (1.67), при $m = 0$. Итогом итерационных преобразований выражения (1.67) для А.П. Стахова стало доказательство справедливости следующего так называемого «алгебраического уравнения золотой пропорции n -й степени» [10]:

$$x_1^n = F_n x_1^2 - F_{n-2} = F_n x_1 + F_{n-1}, \quad (1.68)$$

где $n = 2, 3, \dots$, а F_n, F_{n-1}, F_{n-2} - числа Фибоначчи из последовательности (1.9).

Какие выводы можно сделать из анализа доказанной А.П. Стаховым формулы (1.68) и взятой в качестве исходного уравнения n -й степени – уравнения 2-й степени (1.65)?

Первый вывод заключается в однозначности проявления переменной x в формуле (1.68), так как она исключительно равна «золотому» числу, т. е.

$$x_1 = 1,618033988\dots = \Phi, \quad (1.69)$$

а ее квадрат:

$$x_1^2 = 2,618033988\dots = \Phi + 1 = \Phi^2 = x_1^1 + 1. \quad (1.70)$$

Следовательно, переменную (1.69) можно записать как

$$x_1^1 = \Phi^2 - 1 = \Phi = x_1^2 - 1. \quad (1.71)$$

Из выражения (1.70) видно, что оно не только является аналогом уравнения (1.65), но и одновременно служит доказательством известного по своей уникальности математического свойства «золотого» числа, когда $\Phi^2 = \Phi + 1$, а выражение (1.71) в свою очередь является аналогом уравнения (1.66) с вытекающим из него не менее важным доказательством следствия математического свойства, когда $\Phi = \Phi^2 - 1$.

Второй вывод наводит на мысль о необходимости проведения исследования методом аналогий с целью расширения границ действия формулы (1.68) в сторону уменьшения n -степени до нуля, а затем в направлении ее увеличения с отрицательным знаком, то есть в общем виде при $n = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$, когда $x_1 = \Phi$ и $x_1^2 = \Phi^2$. А это значит, что если А.П. Стахов проводил исследование в общем случае для «алгебраических уравнений золотой пропорции n -й степени» [10], при $n = 2, 3, \dots$, то в нашем случае речь уже ведется о более широком обобщении методом аналогии, то есть о получении обобщающего выражения с целью обеспечения возможности вычислять любой член «золотой» ГП

$$x_1^n = \Phi^n, \quad n = 0, \pm 1, \dots, \quad (1.72)$$

когда последовательность Фибоначчи известна.

1.1.3.2. Уточнение уравнений для «золотой» геометрической прогрессии

Для образования «золотой» ГП (1.72) преобразуем выражение (1.68) в следующий вид:

$$\Phi^n = F_n \Phi^2 - F_{n-2}; \quad (1.73)$$

$$\Phi^n = F_n \Phi + F_{n-1}, \quad (1.74)$$

где $n = 0, \pm 1, \dots$ - индекс для определения порядковых номеров чисел в последовательности Фибоначчи, а также степень «золотого» числа. В табл. 1.2 приводятся результаты закрепления чисел Фибоначчи и членов «золотой» ГП за индексом $n = 0, \pm 1, \dots, \pm 18$.

Например, задано $n = 3$. Подставим в формулы (1.73) и (1.74) из табл. 1.1 числа Фибоначчи и получим

$$\Phi^3 = F_3 \Phi^2 - F_1 = 2\Phi^2 - 1 = 4,236\dots,$$

$$\Phi^3 = F_3 \Phi + F_2 = 2\Phi + 1 = 4,236\dots,$$

что соответствует результату непосредственного вычисления Φ^3 .

По аналогии с (1.64) рассмотрим еще одно классическое уравнение 2-й степени

$$x^2 + x - 1 = 0 \quad (1.75)$$

с одним положительным корнем из двух корней в «золотых» числах

$$x_2 = (\sqrt{5} - 1) / 2 = 0,6180339\dots = \Phi^{-1}.$$

Уравнение (1.75) может быть представлено в следующих 2-х основных видах:

$$x_2^2 = 1 - x_2^1; \quad (1.76)$$

$$x_2^1 = 1 - x_2^2. \quad (1.77)$$

После использования соответствующего алгоритма преобразований с формулами (1.76) и (1.77) легко доказать справедливость еще двух выражений для формирования «золотой» ГП, при $n = 0, \pm 1, \dots$, которые в окончательном виде выглядят следующим образом [11]:

$$x_2^n = F_{2-n} - F_{-n} x_2^2 = F_{2-n} - F_{-n} \Phi^{-2} = \Phi^{-n}; \quad (1.78)$$

$$x_2^n = F_{1-n} + F_{-n} x_2 = F_{1-n} + F_{-n} \Phi^{-1} = \Phi^{-n}. \quad (1.79)$$

Например, задано $n = 3$, тогда подставим в формулы (1.78) и (1.79) из табл. 1.2 требуемые числа Фибоначчи и получим

$$\Phi^{-3} = F_{-1} - F_{-3} \Phi^{-2} = 1 - 2\Phi^{-2} = 0,236\dots;$$

$$\Phi^{-3} = F_{-2} + F_{-3} \Phi^{-1} = -1 + 2\Phi^{-1} = 0,236\dots,$$

что соответствует результату непосредственного вычисления Φ^{-3} .

Учитывая наличие взаимосвязи между «золотым» числом Φ и его обратным значением Φ^{-1} в виде

$$x_2 = \Phi^{-1} = 1/\Phi = 1/x_1,$$

запишем еще четыре обобщающих выражения для формирования «золотых» ГП (1.72) [11]:

$$x_2^{-n} = F_{n+2} - F_n x_2^2 = F_{n+2} - F_n \Phi^{-2} = \Phi^n; \quad (1.80)$$

$$x_2^{-n} = F_{n+1} + F_n x_2 = F_{n+1} + F_n \Phi^{-1} = \Phi^n; \quad (1.81)$$

$$x_1^{-n} = F_{-n} x_1^2 - F_{-(n+2)} = F_{-n} \Phi^2 - F_{-(n+2)} = \Phi^{-n}; \quad (1.82)$$

$$x_1^{-n} = F_{-n} x_1 + F_{-(n+1)} = F_{-n} \Phi + F_{-(n+1)} = \Phi^{-n}. \quad (1.83)$$

Проверим на примерах для $n = 3$ справедливость выражений (1.80),..., (1.83):

$$\Phi^3 = F_5 - F_3 \Phi^{-2} = 5 - 2\Phi^{-2} = 4,236\dots;$$

$$\Phi^3 = F_4 + F_3 \Phi^{-1} = 3 + 2\Phi^{-1} = 4,236\dots;$$

$$\Phi^{-3} = F_{-3} \Phi^2 - F_{-5} = 2\Phi^2 - 5 = 0,236\dots;$$

$$\Phi^{-3} = F_{-3} \Phi + F_{-4} = 2\Phi - 3 = 0,236\dots,$$

что соответствует результату непосредственного вычисления Φ^3 и Φ^{-3} .

Таким образом, можно записать следующие обобщенные варианты взаимосвязей между членами «золотой» геометрической прогрессии и числами Фибоначчи:

$$\begin{aligned}\Phi^n &= F_n \Phi^2 - F_{n-2} = F_n \Phi - F_{n-1} = \\ &= F_{n+2} - F_n \Phi^{-2} = F_{n+1} - F_n \Phi^{-1};\end{aligned}\tag{1.84}$$

$$\begin{aligned}\Phi^{-n} &= F_{-n} \Phi^2 - F_{-(n-2)} = F_{-n} \Phi - F_{-(n-1)} = \\ &= F_{2-n} - F_{-n} \Phi^{-2} = F_{1-n} + F_{-n} \Phi^{-1}.\end{aligned}\tag{1.85}$$

На основе каждого из вариантов обобщения (1.84) и (1.85) путем вычисления значений $\Phi^n \pm \Phi^{-n}$ получаются 4 варианта (способа) доказательства классической формулы Бине [11].

Таблица 1.2

Индекс, n	Числа Фибоначчи F_0, \dots, F_{18}	$\Phi^n, n=0, \dots, 18$	Индекс, n	Числа Фибоначчи F_0, \dots, F_{-18}	$\Phi^n, n=0, \dots, -18$
1	2	3	4	5	6
0	$F_0=0$	$\Phi^0 = 1,0$	0	$F_0=0$	$\Phi^0 = 1,0$
1	$F_1=1$	$\Phi^1 = 1,618033..$	-1	$F_{-1}=1$	$\Phi^{-1} = 0,618033..$
2	$F_2=1$	$\Phi^2 = 2,618033..$	-2	$F_{-2}=-1$	$\Phi^{-2} = 0,381966..$
3	$F_3=2$	$\Phi^3 = 4,236067..$	-3	$F_{-3}=2$	$\Phi^{-3} = 0,236007..$
4	$F_4=3$	$\Phi^4 = 6,854101..$	-4	$F_{-4}=-3$	$\Phi^{-4} = 0,145898..$
5	$F_5=5$	$\Phi^5 = 11,090169..$	-5	$F_{-5}=5$	$\Phi^{-5} = 0,090169..$
6	$F_6=8$	$\Phi^6 = 17,944271..$	-6	$F_{-6}=-8$	$\Phi^{-6} = 0,055728..$
7	$F_7=13$	$\Phi^7 = 29,034441..$	-7	$F_{-7}=13$	$\Phi^{-7} = 0,034441..$
8	$F_8=21$	$\Phi^8 = 46,978713..$	-8	$F_{-8}=-21$	$\Phi^{-8} = 0,021286..$
9	$F_9=34$	$\Phi^9 = 76,013155..$	-9	$F_{-9}=34$	$\Phi^{-9} = 0,013155..$
10	$F_{10}=55$	$\Phi^{10} = 122,99186..$	-10	$F_{-10}=-55$	$\Phi^{-10} = 0,008130..$
11	$F_{11}=89$	$\Phi^{11} = 199,00502 ..$	-11	$F_{-11}=89$	$\Phi^{-11} = 0,005024..$

1	2	3	4	5	6
12	$F_{12}=144$	$\Phi^{12} = 321,99689\dots$	-12	$F_{-12}=-144$	$\Phi^{-12} = 0,003105\dots$
13	$F_{13}=233$	$\Phi^{13} = 521,00191\dots$	-13	$F_{-13}=233$	$\Phi^{-13} = 0,001919\dots$
14	$F_{14}=377$	$\Phi^{14} = 842,99880\dots$	-14	$F_{-14}=-377$	$\Phi^{-14} = 0,001186\dots$
15	$F_{15}=610$	$\Phi^{15} = 1364,0007\dots$	-15	$F_{-15}=610$	$\Phi^{-15} = 0,000733\dots$
16	$F_{16}=987$	$\Phi^{16} = 2206,9995\dots$	-16	$F_{-16}=-987$	$\Phi^{-16} = 0,000453\dots$
17	$F_{17}=1597$	$\Phi^{17} = 3571,0002\dots$	-17	$F_{-17}= 1597$	$\Phi^{-17} = 0,000280\dots$
18	$F_{18}=2584$	$\Phi^{18} = 5777,9997\dots$	-18	$F_{-18}==-2584$	$\Phi^{-18} = 0,000173\dots$

1.1.3.3. Специфичность основного свойства «золотой» геометрической прогрессии

Все, что касается имеющих место основных свойств ГП, то они полностью распространяются и на «золотые» ГП, то есть:

каждый член с положительным знаком ГП представляет собой среднее геометрическое его соседних членов, что для «золотых» ГП соответствует записи

$$\Phi^n = \sqrt{\Phi^{n-1}\Phi^{n+1}}, \quad n = 0, \pm 1, \dots, \pm N; \quad (1.86)$$

у конечной ГП произведения членов, равноотстоящих от ее концов, равны и равны произведению крайних членов.

Если возвести обе части уравнения (1.86) в квадрат, то получим

$$\Phi^{2n} = (\sqrt{\Phi^{n-1}\Phi^{n+1}})^2, \quad \text{то есть} \quad (1.87)$$

$$\Phi^{2n} = \Phi^{n-1}\Phi^{n+1}, \quad n = 0, \pm 1, \dots, \pm N. \quad (1.88)$$

Первой специфической особенностью для «золотой» ГП есть то, что в связи с обладанием мультипликативным свойством (1.88) она одновременно обладает и аддитивным свойством

$$\Phi^n = \Phi^{n-1} + \Phi^{n-2}, \quad (1.89)$$

которое одновременно является и составляющим выражения $\Phi^{m/2} = \Phi^{(m-2)/2} + \Phi^{(m-4)/2}$, где $m = 0, \pm 1, \dots, \pm M$.

Преобразуем (1.89) к виду

$$\Phi^{n-1} = \Phi^n - \Phi^{n-2}, \quad (1.90)$$

а затем подставим его в (1.88). После соответствующих преобразований в окончательном виде получим формулу

$$\Phi^{2n+1} = \Phi^{2n} + \Phi^{2n-1}, \quad (1.91)$$

которая, так же как и (1.89), обладает аддитивным свойством.

Вторая специфическая особенность «золотой» ГП вытекает непосредственно из определения и формализованной записи среднего геометрического $S_0(n)$ для n положительных чисел, выражаемого как

$$S_0(n) = \sqrt[n]{a_1 a_2 \dots a_n}. \quad (1.92)$$

Дело в том, что для возрастающей «золотой» ГП, в общем случае, среднее геометрическое в соответствии с (1.92) имеет следующий вид:

$$S_0(n) = \sqrt[n]{\Phi^1 \Phi^2 \dots \Phi^n}. \quad (1.93)$$

Однако оказывается, что очень просто можно вычислить среднее геометрическое для любой усеченной с двух сторон «золотой» ГП, так как

$$S_0(m) = \sqrt[m]{\Phi^i \Phi^{i+1} \dots \Phi^I} = \Phi^{\sum_{j=0}^{m-1} (i+j) / m}, \quad m = I - i + 1, \quad (1.94)$$

где i – наименьшая степень, I – наибольшая степень, m – число членов усеченной прогрессии, а

$$\sum_{j=0}^{m-1} (i+j) / m = S_1(m) \quad (1.95)$$

есть среднее арифметическое для степеней, в которые возводится «золотое» число Φ под корнем степени m .

Следовательно, по аналогии с формулой (1.94) запишем выражение, позволяющее вычислять среднее геометрическое для любой усеченной с двух сторон убывающей «золотой» ГП, формируемой на основе обратного «золотого» числа $\bar{\Phi}$:

$$\bar{S}_0(m) = \sqrt[m]{\bar{\Phi}^i \bar{\Phi}^{i+1} \dots \bar{\Phi}^I} = \bar{\Phi}^{\sum_{j=0}^{m-1} (i+j) / m} = \bar{\Phi}^{S_1(m)}, \quad m = I - i + 1. \quad (1.96)$$

1.1.4. Основные понятия о p – «золотых» последовательностях и числах Фибоначчи-Пойа

1.1.4.1. Раскрытие математического смысла p – «золотых» последовательностей и чисел Фибоначчи-Пойа

Перед тем как подойти к непосредственному раскрытию математического смысла p – «золотых» последовательностей Фибоначчи-Пойа, то есть «рядов p – чисел Фибоначчи» (по А.П. Стахову [12], который получил подобные результаты намного позже чем Д. Пойа), обратим внимание на содержание упоминаний №43 и №44 (стр. 113 и 114) в главе №3 книги «Математическое открытие», первый том которой издан на английском языке в 1962 году известным математиком Д. Пойа (он же Д. Пойя или Г. Полия), и переизданной на русском языке в 1970 году [13]. В этой книге на стр. 393 и 394 [13] приведены ответы и алгоритм формирования так называемых А.П. Стаховым «рядов p – чисел Фибоначчи» (или «обобщенных чисел Фибоначчи»), то есть p – «золотых» последовательностей Фибоначчи-Пойа, от которых легко перейти к нахождению так называемых А.П. Стаховым «золотых p -пропорциям» (или «золотым p -сечениям»), или «обобщенным золотым пропорциям (сечениям), то есть к p – «золотым» числам Фибоначчи-Пойа. Эти системные свойства для p – «золотых» последовательностей Фибоначчи-Пойа удобно представить в привычной для нас форме с помощью известного рекуррентного соотношения [12]:

$$U_n(l) = U_{n-1} + U_{n-1-l}; U_1 = \dots = U_l = 1, \quad (1.97)$$

где $U_n(l)$ – есть значение функции U_n , соответствующее значению аргумента $l \leq n - 2$ (то есть $n \geq l + 2$), а $l = 0, 1, 2, 3, \dots, L$. Например, при $l = 0$ формируется классическая ГП вида $2^l: 1, 2, 4, 8, 16, 32, \dots$.

Отношения двух смежных чисел в сформированных p – «золотых» последовательностях Фибоначчи-Пойа с помощью выражения (1.97), при $n \rightarrow \infty$ в нем, могут быть обобщены в виде коэффициентов пропорциональности на основе следующих двух формул ($m = l = 0, 1, 2, 3, \dots, L$):

а) для p – «золотых» чисел Фибоначчи-Пойа, когда большее число делится на меньшее число, а также когда это число Фибоначчи-Пойа соответствует одному из положительных корней уравнения

$$P_m^{m+1} - P_m^m - 1 = 0; \quad (1.98)$$

б) для обратных p – «золотых» чисел Фибоначчи-Пойа, когда меньшее число делится на большее число, а также когда это число Фибоначчи-Пойа соответствует одному из положительных корней уравнения

$$P_m^{-(m+1)} + P_m^{-1} - 1 = 0. \quad (1.99)$$

В плане применения данных коэффициентов пропорциональности для решения ряда практических задач точность их может определяться условиями задачи и используемыми вычислительными средствами, что не скажешь о возможностях известных целочисленных методов.

Так, например, для P_7 последовательность p – «золотых» чисел Фибоначчи-Пойа приобретает следующий вид: 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 11, 14, 18, 23, 29, 36 и т.д. Коэффициент пропорциональности для этой последовательности в прямом отношении определяется как $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{U_n}{U_{n-1}} = 1,232\dots = p_7$, а в обратном отношении – как $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{U_{n-1}}{U_n} = 0,811\dots = \bar{p}_7$, тогда с помощью (1.98) получим $p_7^8 - p_7^7 - 1 = 5,309\dots - 4,309\dots - 1 = 0$, а с помощью (1.99) получим $\bar{p}_7^8 + \bar{p}_7 - 1 = 0,188\dots + 0,811\dots - 1 = 0$.

В случае, когда в формулах (1.98) и (1.99) $m = l = 1$, то получим решения в виде классического «золотого» и обратного «золотого» чисел.

1.1.4.2. Прикладные аспекты квадратов суммы и разности членов бинома с учетом их гармоничности сочетаний и взаимосвязи с p – «золотыми» числами Фибоначчи-Пойа и «металлическими» числами

В процессе решения большинства практических биномиальных (двучленных) задач взвешивания или сравнительной оценки для вещества, энергии и информации, в простейших случаях приходится использовать математические модели в виде формул сокращенного умножения для квадрата суммы и квадрата разности:

$$(a + b)^2 = (a + b)(a + b) = a^2 + 2ab + b^2 ; \quad (1.100)$$

$$(a - b)^2 = (a - b)(a - b) = a^2 - 2ab + b^2 . \quad (1.101)$$

Переход между суммой (1.100) и разностью (1.101) осуществляется после подстановки в (1.100) члена « $-b$ » вместо « b » и последующих преобразований.

Учитывая, что при перестановке слагаемых их сумма не меняется, а на практике этот закон не всегда применим, то довольно часто приходится заниматься сортировкой и ранжированием слагаемых, т. к. каждое из них имеет определенное физическое или качественное различие и определенный вес в рамках исследуемой целостной системы. Следовательно, для количественной оценки вклада каждого элемента (слагаемого) в поддержание (сохранение) целостности системы или в разрушение этой целостности, а также для учета закона развития, целесообразно осуществить ранжирование элементов с введением количественных мер или весовых коэффициентов. Применительно к биномам, которые ис-

пользуются в качестве моделей для взаимодействующих бинарных цепей, с целью сохранения физического смысла решаемых практических задач, следует обозначить элемент с большим положительным весовым коэффициентом через « a », а с меньшим – через « b », где состоянием равнозначности между ними будет следующее условие:

$$a=b; \quad 0 < a < \infty. \quad (1.102)$$

Дальнейшее упрощение биномов (1.100) и (1.101) производится следующим образом:

$$(a+b)^2 = (a(1+b/a))^2 = a^2(1+b/a)^2 = a^2(1+x)^2; \quad (1.103)$$

$$(a-b)^2 = (a(1-b/a))^2 = a^2(1-b/a)^2 = a^2(1-x)^2. \quad (1.104)$$

где a^2 – коэффициент масштабирования, $b/a=x$ – относительный весовой коэффициент.

Относительный весовой коэффициент имеет верхнюю границу $x_e=1$ в условии равнозначности (1.102) и нижнюю границу $x_n=0$, при $a \gg b$.

Работая с вероятностными моделями или с процентными соотношениями, чаще всего, приходится ограничиваться шкалой 0÷1,0 и (или) 0÷100 %. Причем, для бинарных систем достаточно определить вероятность одного из двух состояний, например q , а затем определить вероятность другого состояния p , как разность

$$1 - q = p. \quad (1.105)$$

Условием равнозначности для выражения (1.105) есть

$$p = q = 1/2 = 0,5, \quad (1.106)$$

а это значит, что при решении ряда практических задач достаточно строить математическую модель состояний с выполнением условий

$$0 \leq p \leq 1/2, \quad (1.107)$$

$$0 \leq q \leq 1/2, \quad (1.108)$$

а затем, используя формулу (1.105), соответственно, вычислять

$$1/2 \leq q \leq 1 \text{ или } 1/2 \leq p \leq 1. \quad (1.109)$$

Анализ формулы (1.104) позволяет отыскать ее структурную взаимосвязь с формулой (1.105). Если в (1.104) под a подразумевать целостность бинарной системы (\mathcal{C}), а под b – ее меньшую часть (m – минор), то большая часть (M – мажор) определяется как

$$M = \mathcal{C} - m. \quad (1.110)$$

Преобразуем выражение (1.104) к следующему виду:

$$(\mathcal{C} - m)^2 = \mathcal{C}^2(1 - m/\mathcal{C})^2 = \mathcal{C}^2(1 - q)^2 = \mathcal{C}^2 p^2, \quad (1.111)$$

где \mathcal{C}^2 – коэффициент масштабирования и $m/\mathcal{C} = q$ – относительный весовой коэффициент, находящийся в пределах (1.109).

Из физики известно, что наибольшей чувствительностью («гармоничностью») колебательная («резонансная») система обладает в случае выполнения следующего среднегеометрического условия:

$$f_0 = (f_n \cdot f_b)^{1/2} \text{ кГц}, \quad (1.112)$$

где f_0 , f_n и f_b , соответственно, резонансная, нижняя и верхняя частоты.

Но ведь из современной математики известно, что под «золотым» делением (сечением) отрезка необходимо понимать такое его деление на две части, чтобы большая из них (M – мажор) была среднегеометрической между меньшей частью (m – минор) и длиной целого (всего) отрезка ($M + m = L$):

$$M = (m \cdot L)^{1/2}, \quad (1.113)$$

где с позиции теории резонанса $M = f_b - f_0 = \Delta f_b$, $m = f_0 - f_n = \Delta f_n$ и $L = f_b - f_n = \Delta f$, соответственно, верхняя, нижняя и общая полосы частот в резонансной системе.

Если в левую часть выражения (1.110) подставить формулу (1.113) и обе части этого равенства возвести в квадрат, то получим

$$(L - m)^2 = L \cdot m. \quad (1.114)$$

Так как левые части в (1.111) и (1.114) равны, то составим на их основе равенство и после преобразований получим уравнение

$$m^2 - 3Lm + L^2 = 0 \quad (1.115)$$

с корнями: $2,618...L = \Phi^2 \cdot L$; $0,381...L = \bar{\Phi}^2 \cdot L$.

Иногда уравнение (1.114) встречается в следующей записи:

$$\frac{m}{L - m} = \frac{L - m}{L} = 0,618... = \bar{\Phi}. \quad (1.116)$$

В случае, когда в формулах (1.115) и (1.116) целая часть $L=1$, то будем иметь, как раньше отмечалось, классическое деление в точке K отрезка AB в крайнем и среднем отношении (рис. 1.3), где большая часть этого отрезка равна $0,618... = \bar{\Phi}$.

По аналогии с моделью гармоничного соотношения частей бинома в бинарной системе (1.114), при $L=1$, гармоничность частей для биномов с произвольной натуральной степенью может быть определена в строгом соответствии со значением этой степени. Следовательно, если в бинарной системе условием гармоничного соотношения отрезков на рис. 1.1 является

$$m_2 = M_2^2 = (1 - m_2)^2, \quad (1.117)$$

то для биномов с произвольной натуральной степенью $n=1, \dots, N$ должно выполняться следующее обобщающее правило:

$$m_n = M_n^n = (1 - m_n)^n. \quad (1.118)$$

Например, для бинома с $n = 3$ (в «кубе») выражение (1.118) примет следующий вид:

$$m_3 = M_3^3 = (1 - m_3)^3. \quad (1.119)$$

Условие (1.118) выполняется в единственном случае, когда M_n соответствуют значениям обратных p -«золотых» чисел Фибоначчи-Пойа (1.99), т.е. когда

$$M_n = \bar{P}_p = \bar{P}_n, \quad (1.120)$$

где $n = p+1, p = 0, 1, 2, \dots, \infty$ (табл. 1.3).

Таблица 1.3

p	n	$M_n = \bar{P}_k$	$m_n = M_n^n$	$M_n + m_n$	Аналитические выражения для расчета M_n	$m_n = 1/M_n^n$
0	1	0,5	0,5	1,0	$M_1^1 + M_1 - 1 = 0$	2,0
1	2	0,618...= $\bar{\Phi}$	0,381...= $\bar{\Phi}^2$	1,0	$M_2^2 + M_2 - 1 = 0$	1,618 $\approx\Phi$
2	3	0,682...	0,317	1,0	$M_3^3 + M_3 - 1 = 0$	$\approx 1,465$
3	4	0,724...	0,275	1,0	$M_4^4 + M_4 - 1 = 0$	$\approx 1,380$
...
∞	∞	1,0	0	1,0	$M_\infty^\infty + M_\infty - 1 = 0$	1,0

Кроме исследуемой «гармонической» закономерности (1.118) имеет место еще одно из математических свойств, которое выглядит следующим образом:

$$M_n = \bar{P}_n = \left(\frac{m_n}{M_n}\right)^{1/p} = \left(\frac{m_n}{M_n}\right)^{1/(n-1)}. \quad (1.121)$$

Для проверки справедливости выражения (1.121) произведем биномиальное разложение правой части в формуле (1.118), например, для $n = 1, 2, 3, 4$, и $m_1 = 0,5, m_2 = 0,381... = \bar{\Phi}^2, m_3 = 0,317... и m_4 = 0,275... (табл. 1.3):$

$$(1 - m_1)^1 = 1 - m_1 = 1 - 1/2 = 1/2 = m_1;$$

$$(1 - m_2)^2 = 1 - 2m_2 + m_2^2 = 1 - 2\bar{\Phi}^2 + \bar{\Phi}^4 = 0,381... = \bar{\Phi}^2 = m_2;$$

$$(1 - m_3)^3 = 1 - 3m_3 + 3m_3^2 - m_3^3 = 0,317... = m_3;$$

$$(1 - m_4)^4 = 1 - 4m_4 + 6m_4^2 - 4m_4^3 + m_4^4 = 0,275... = m_4 \text{ и т.д.}$$

Из разложения видно, что по мере увеличения степени для «гармоничных» биномов возрастает сложность вычисления значений m_n . Учитывая, что

$$m_n = 1 - M_n, \quad (1.122)$$

где M_n – обратные p – «золотые» числа Фибоначчи-Пойа, определяемые с помощью простейшего аналитического выражения (1.99). Следовательно, снижение значения меньшей части m_n «гармоничного» бинома (1.117) по мере увеличения степени $n = 1, \dots, N$ происходит по закону обратных p – «золотых» чисел Фибоначчи-Пойа в n -степени ($\bar{P}_n^n = M_n^n$), а увеличение большей части M_n – также по этому закону, но в $1/n$ -степени, т. к. $M_n = 1 - m_n = m_n^{1/n}$.

В большинстве решаемых задач по упрощению математических моделей стараются представить объекты исследования в целомном (единичном) виде (то есть, когда $\zeta=1$), но иногда встречаются задачи, когда $\zeta_i=2, \dots, N$ и формула (1.117) становится частным случаем следующего обобщающего выражения для описания «гармоничного» соотношения частей бинома в бинарной системе:

$$\left(1 - \frac{m_n}{\zeta_i}\right)^n - \frac{m_n}{\zeta_i^n} = 0. \quad (1.123)$$

Так как обратные p – «золотые» числа Фибоначчи-Пойа в природных процессах и системах в явном виде не проявляются (при $n = p+1 > 2$), а в основных законах физики чаще всего встречается степень $n = 2$ и реже $n = 3$, то главное внимание уделим случаям, когда в уравнении (1.123) $n = 1$ и 2 , при $\zeta_i=1, \dots, N$. Тогда при $n = 1$ уравнение (1.123) принимает следующий вид:

$$m_1 = \zeta_i / 2. \quad (1.124)$$

С помощью формулы (1.124) формируется некая равномерная шкала (сетка) отсчета:

$$0,5; 1,0; 1,5; 2,0; 2,5; \dots; N; N/2. \quad (1.125)$$

Эта шкала сопоставима с прямолинейной разверткой (1-мерное пространство).

Для 2-мерного пространства справедливо уравнение

$$\left(1 - \frac{m_2}{\zeta_i}\right)^2 - \frac{m_2}{\zeta_i^2} = 0, \quad (1.126)$$

преобразуемое в

$$m_2^2 - (2\zeta_i + 1)m_2 + \zeta_i^2 = 0 \quad (1.127)$$

с корнями

$$m_{2_{(1,2)}} = \frac{2\zeta_i + 1 \pm (1 + 4\zeta_i)^{1/2}}{2}. \quad (1.128)$$

В табл. 1.4 приведены результаты расчетов с помощью формулы (1.128), при $\Pi_i=1, \dots, 5$, где проявляется взаимосвязь этих корней $m_{2_{(1,2)}}$ уравнения (1.127) с "металлическими" числами.

Таблица 1.4

Π_i	Вид уравнения (1.127)	Значения корней (1.128)	Взаимосвязь корней (1.128) с «металлическими» числами
$\Pi_1=1$	$m_2^2 - 3m_2 + 1 = 0$	$m_{2_{(1)}} = 2,6180\dots;$ $m_{2_{(2)}} = 0,3819\dots$	С «золотым» ($\Phi=1,618\dots$): $m_{2_{(1)}} = \Phi^2 = \Phi + 1; m_{2_{(2)}} = (\Phi - 1)^2$
$\Pi_2=2$	$m_2^2 - 5m_2 + 4 = 0$	$m_{2_{(1)}} = 4,0;$ $m_{2_{(2)}} = 1,0$	С «серебряным» ($S=2,0$): $m_{2_{(1)}} = S^2 = S + 2; m_{2_{(2)}} = (S - 1)^2$
$\Pi_3=3$	$m_2^2 - 7m_2 + 9 = 0$	$m_{2_{(1)}} = 5,3027\dots ;$ $m_{2_{(2)}} = 1,6972\dots$	С «бронзовым» ($B=2,302\dots$): $m_{2_{(1)}} = B^2 = B + 3; m_{2_{(2)}} = (B - 1)^2$
$\Pi_4=4$	$m_2^2 - 9m_2 + 16 = 0$	$m_{2_{(1)}} = 6,5615\dots;$ $m_{2_{(2)}} = 2,4384\dots$	С «никелевым» ($N=2,561\dots$): $m_{2_{(1)}} = N^2 = N + 4; m_{2_{(2)}} = (N - 1)^2$
$\Pi_5=5$	$m_2^2 - 11m_2 + 25 = 0$	$m_{2_{(1)}} = 7,7912\dots;$ $m_{2_{(2)}} = 3,2087\dots$	С «медным» ($M=2,791\dots$): $m_{2_{(1)}} = M^2 = M + 5; m_{2_{(2)}} = (M - 1)^2$

В приведенных квадратных уравнениях (табл. 1.4) вторые коэффициенты представлены в виде последовательности нечетных целых чисел ($p_i = 3, 5, 7, 9, 11, \dots$), начинающейся с числа 3, а свободные члены ($q_i = 1, 4, 9, 16, 25, \dots$) формируются с помощью следующего рекуррентного выражения:

$$q_{i+1} = q_i + p_i, \quad (1.129)$$

где $i = 1, 2, 3, \dots$ – порядковый номер, откуда $p_i = q_{i+1} - q_i$.

Базовым, из приведенных квадратных уравнений в табл. 1.4, есть уравнение, полученное на основе (1.127) при $\Pi_1=1$. Корни этого уравнения соответствуют квадрату «золотого» числа ($m_{2_{(1)}} = \Phi^2$) и его обратному значению ($m_{2_{(2)}} = \overline{\Phi^2}$).

Если обозначить первые корни в (1.128) через $m_{2_{(1)}} = x^2$, где $x = (m_{2_{(1)}})^{1/2}$, то для вычисления «металлических» чисел будет справедливо уравнение

$$x^2 - x - \Pi_i = 0 \quad (1.130)$$

с корнями

$$x_{1,2} = \frac{1 \pm (1 + 4\Pi_i)^{1/2}}{2}. \quad (1.131)$$

Произведенное ранее биномиальное разложение правой части в формуле (1.118) позволило получить однозначный набор биномиальных коэффициентов в каноническом представлении $(x+y)^n$ через формулу бинома Ньютона.

Образуемый на основе биномиальных коэффициентов арифметический треугольник чисел (треугольник Паскаля) в каждой строке имеет количество коэффициентов, а значит, и членов биномиального разложения, всего на один больше от натуральной степени бинома.

Будучи симметричным, при переходе к очередной строке, классический треугольник Паскаля (Δ_0 -Паскаля) имеет сумму чисел S_0^n в n -строке равной 2^n , т. е.

$$S_0^n = 2^n, \quad n = 0, 1, 2, \dots, \quad (1.132)$$

что равнозначно формированию p – «золотой» последовательности Фибоначчи-Пойа (1, 2, 4, 8, ...) при $p = 0$, и образованию p – «золотого» числа Фибоначчи-Пойа вида $P_0=2,0$, которая одновременно является «серебряной» пропорцией $S = 2,0$.

Классический Δ_0 -Паскаля (табл. 1.5), где Δ_0 – нулевой (изначальный) треугольник, обладает большим числом интереснейших математических свойств, которые нашли практическую реализацию в комбинаторике, решении задач вероятностного характера, построении вычислительной техники и в теории кодирования на основе классической двоичной системы счисления.

В математике коэффициенты биномиального разложения чаще всего обозначают символом C_n^k , т. е. как число сочетаний из n элементов по k , где k – номер колонки и n – номер строки (n – степень бинома) в Δ_0 -Паскаля.

Оказывается, в каждой колонке арифметического треугольника имеют место закономерные последовательности: из единиц – при $k = 0$; натуральный ряд – при $k = 1$; треугольных чисел – при $k = 2$; тетраэдрических чисел – при $k = 3$, и т. д. Еще в XIX веке была обнаружена взаимосвязь арифметического треугольника с классической последовательностью Фибоначчи [14]. Для демонстрации этой взаимосвязи необходимо сместить относительно предыдущих строк все строки Δ_0 -Паскаля (табл. 1.5) на один столбец вправо, в результате чего получим другой вариант распределения биномиальных коэффициентов (Δ_1 -Паскаля), т.е. первый вариант перераспределения чисел в классическом арифметическом треугольнике (табл. 1.6). Другими словами, нами получена p – «золотая» последовательность Фибоначчи-Пойа (1, 1, 2, 3, 5, ...), при $p = 1$, с возможностью образования p – «золотого» числа Фибоначчи-Пойа вида $P_0 = 1,618\dots = \Phi$. В общем случае, смещение всех строк Δ_0 -Паскаля (табл. 1.5) относительно предыдущих строк на p столбцов вправо приводит к образованию Δ_p -Паскаля, в котором сумма биномиальных коэффициентов для каждой n -строки равна n -му числу из p – «золотая» последовательность Фибоначчи-Пойа.

Таблица 1.5

№ строки	Номера колонок, $k = 0, \dots, 10$											Сумма (S_0^n)	
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10		
0	1												$1=2^0$
1	1	1											$2=2^1$
2	1	2	1										$4=2^2$
3	1	3	3	1									$8=2^3$
4	1	4	6	4	1								$16=2^4$
5	1	5	10	10	5	1							$32=2^5$
6	1	6	15	20	15	6	1						$64=2^6$
7	1	7	21	35	35	21	7	1					$128=2^7$
8	1	8	28	56	70	56	28	8	1				$256=2^8$
9	1	9	36	84	126	126	84	36	9	1			$512=2^9$
10	1	10	45	120	210	252	210	120	45	10	1		$1024=2^{10}$

Таблица 1.6

№ строки	Номера колонок, $k = 0, \dots, 6$							Сумма (S_1^n)
	0	1	2	3	4	5	6	
0	1							1
1	1							1
2	1	1						2
3	1	2						3
4	1	3	1					5
5	1	4	3					8
6	1	5	6	1				13
7	1	6	10	4				21
8	1	7	15	10	1			34
9	1	8	21	20	5			55
10	1	9	28	35	15	1		89
11	1	10	36	56	35	6		144
12	1	11	45	84	70	21	1	233

«Золотое» число в n -степени имеет также взаимосвязь с Δ_0 -Паскаля и вещественными числами. Например, общеизвестно, что любое вещественное число может быть выражено через «золотое» число бесконечным числом способов из-за наличия взаимосвязи с классическим треугольником Паскаля, а само выра-

жение, отражающее взаимосвязь «золотого» числа в n -степени с Δ_0 -Паскаля, справедливо для любой степени, включая отрицательную и дробную:

$$\begin{aligned}\Phi^n &= 1\Phi^n; \\ \Phi^n &= 1\Phi^{n-1} + 1\Phi^{n-2}; \\ \Phi^n &= 1\Phi^{n-2} + 2\Phi^{n-3} + 1\Phi^{n-4}; \\ \Phi^n &= 1\Phi^{n-3} + 3\Phi^{n-4} + 3\Phi^{n-5} + 1\Phi^{n-6} \text{ и т.д.}\end{aligned}\tag{1.133}$$

В настоящее время закон Гаусса (нормальный закон), приближенно описываемый Δ_0 -Паскаля, доказан математически в предположении наличия бесконечного числа бесконечно малых независимых воздействий и, как видно из (1.133), «гармонирует» с «золотой» пропорцией в n -степени. Следовательно, по аналогии с нормальным законом распределения, описываемым Δ_0 -Паскаля, можно создать множество эталонных законов распределения, описываемых Δ_p -Паскаля, при $p = 1, \dots, N$.

1.1.5. Основные понятия о последовательностях и q -числах Фибоначчи-Барра

Формирование последовательностей Фибоначчи–Люка предусматривает сложение двух смежных чисел (членов), при $l = 2$. Если увеличивать число этих членов ($l > 2$), то, задавая на старте формируемой последовательности число единиц, равное числу $l \geq 2$ и находя каждое последующее число суммированием по числу предыдущих членов $l \geq 2$, получим бесконечное множество последовательностей в соответствии с рекуррентным выражением [15]:

$$U_n(l) = 2U_{n-1} - U_{n-l-1}; U_1 = \dots = U_l = 1,\tag{1.134}$$

где $U_n(l)$ – есть значение функции U_n , соответствующее значению аргумента $l < n - 1$ (то есть $n > l + 1$), а $l = 2, 3, \dots, L$ – число единиц вначале последовательности и одновременно их сумма.

Приведенные выше ограничения к выражению (1.134) не нашли отражения в научном издании Г.Б. Шишкова [15], тем более это выражение не работает в случае, когда $l = n - 1$ (то есть $n = l + 1$). Для того чтобы формула (1.134) работала в полном объеме необходимо ввести еще одно формализованное условие с целью определения чисел

$$U_{n-l-1} = U_0 = U_{n=l+1},\tag{1.135}$$

которые могут быть вычислены с помощью следующего выражения:

$$U_{n=l+1} = \sum_{i=1}^n U_i = l; \quad U_i = 1. \quad (1.136)$$

Отношения двух смежных чисел в сформированных последовательностях Фибоначчи-Барра с помощью (1.134) и (1.135), при $n \rightarrow \infty$ в них, могут быть обобщены на основе следующих двух формул ($m = l - 1 = 1, 2, 3, \dots$):

а) для q -чисел Фибоначчи-Барра

$$q_m^{m+1} - \sum_{i=1}^m q_m^i - 1 = 0; \quad (1.137)$$

б) для обратных q -чисел Фибоначчи-Барра

$$\sum_{i=1}^{m+1} q_m^{-i} - 1 = 0; \quad (1.138)$$

Что касается определения числа слагаемых l , которые необходимо брать для получения следующего члена в последовательностях Фибоначчи-Барра, образующих q -числа Фибоначчи-Барра (1.137), то обобщенная формула для их определения (формула М. Барра) выглядит следующим образом:

$$l = \frac{\log(2-x)^{-1}}{\log x}, \quad (1.139)$$

где x – предел отношения последующего члена возрастающей последовательности к предыдущему. При $l = 2$ получаем первую «золотую» пропорцию $q_1 = 1,618 \dots = \Phi$, при $l = 3$ получаем $1,839 \dots = q_2$ и т.д. Число членов l в выражении (1.139) принимает целочисленные значения $l = 1, 2, 3, \dots, L$ только в тех случаях, когда логарифмируемое выражение в числителе $(2-x)^{-1} = x^l$, то есть когда формула (1.139) преобразовывается в следующий вид:

$$\frac{\log(2-x)^{-1}}{\log x} = \frac{\log x^l}{\log x} = l. \quad (1.140)$$

К сожалению, М. Гарднер в одной из своих работ приводит формулу М. Барра (выражение 1.139) без доказательства [16]. Не зная, каким образом М. Барр получил эту формулу, обоснуем ее самостоятельно, для чего, подвергнем (1.139) следующим преобразованиям:

а) $\log x^l = \log(2-x)^{-1}$;

б) $x^l = 1/(2-x)$;

в) $x^l(2-x) = 1$;

$$г) x^{l+1} - 2x^l + 1 = 0. \quad (1.141)$$

Например, при $l = 1$ корни уравнения (1.141) $x_{1,2} = 1$, при $l = 2$ корни $x_1 = 1,618\dots = \Phi = q_1$ и $x_2 = -0,618\dots = -\bar{q}_1$. Если $l = 3$, то корень $x_1 = 1,839\dots = q_2$, а для $l = 4$ корень $x_1 = 1,927\dots = q_3$ и так далее.

Следует отметить, что отдельные результаты исследований, которые Г.Б. Шишков в научной работе [15] выдает за математическую новацию с присвоением ей своего имени («числа Фибоначчи-Шишкова») наряду с именем великого математика Фибоначчи, были опубликованы М. Барром около 80 лет до опубликования работы Г.Б. Шишковым [16].

Исходя из этого, вместо коэффициентов пропорциональности (чисел) и последовательностей Фибоначчи-Шишкова было предложено ввести термины «пропорции Фибоначчи-Барра» и « q -числа Фибоначчи-Барра». Такое предложение, по моему мнению, становится более справедливым и не в обиду Г.Б. Шишкову, так как он не знал, по всей видимости, о существовании подобных результатов исследований и повторил научный путь М. Бара [2, 3].

1.1.6. Основные понятия о последовательностях и q -числах Фибоначчи-Падована

В работе [17] М. Газале приводит одну из обобщенных итерационных форм в виде повторных корней, которая при $p = q = 1$ принимает следующий вид:

$$x_m = \sqrt[m]{q + p\sqrt[m]{q + p\sqrt[m]{q + p\sqrt[m]{\dots}}}]} = \sqrt[m]{1 + \sqrt[m]{1 + \sqrt[m]{1 + \sqrt[m]{\dots}}}}. \quad (1.142)$$

Полученные в процессе итерационных вычислений значения, являются корнями уравнения

$$x_m^m - px_m - q = x_m^m - x_m - 1 = 0. \quad (1.143)$$

При этом, ученый М. Газале демонстрирует наличие взаимосвязи выражений (1.142) и (1.143) с «золотым» числом $1,618\dots = \Phi = \varphi = x_2$ при $m = 2$ и с так называемым им «серебряным» сечением $1,324\dots = x_3$ при $m = 3$, которое увязывается с последовательностью

$$0, 0, 1, 0, 1, 1, 1, 2, 2, 3, 4, 5, 7, 9, 12, 16, 21, 28, 37, 49, \dots, \quad (1.144)$$

впервые обнаруженную архитектором Р. Падованом. Эта последовательность формируется по рекуррентному правилу [17]:

$$U_{3,i+3} = U_{3,i+1} + U_{3,i}, \quad (1.145)$$

где $U_{3,0} = U_{3,1} = 0$, $U_{3,2} = 1$ и $i = \overline{0, I}$, а

$$\lim_{i \rightarrow \infty} \frac{U_{3,i+1}}{U_{3,i}} = 1,324717957\dots = x_3. \quad (1.146)$$

Исследования показали [18], что при заданном значении $m = \overline{2, M}$, и когда соответственно изменяются условия

$$U_{m,m-m} = \dots = U_{m,m-2} = 0 \text{ и } U_{m,m-1} = 1, \quad (1.147)$$

то с помощью рекуррентного правила

$$U_{m,i+m} = U_{m,i+1} + U_{m,i} \quad (1.148)$$

всегда можно сформировать последовательность, на основе которой в свою очередь вычисляются пропорции

$$x_m = \lim_{i \rightarrow \infty} \frac{U_{m,i+1}}{U_{m,i}}. \quad (1.149)$$

Если учесть, что при $m = 2$ рекуррентная формула (1.148) позволяет образовать последовательность типа Фибоначчи (2.64), а при $m = 3$ – последовательность Падована (1.144), то все множество формируемых последовательностей по закону (1.147) и (1.148) предлагается в дальнейшем называть последовательностями Фибоначчи-Падована. В свою очередь, все вычисляемые с помощью формулы (1.149) числа предлагается называть q -числами Фибоначчи-Падована в честь двух людей, которые имеют определенное отношение к развитию рассматриваемого нами направления в математике [18].

1.2. Краткая справка о «золотом» сечении в древней истории

Для поиска смысла «золотого» сечения ряд исследователей стараются заглянуть в историю знаний во времена древних цивилизаций, зачастую наивно предполагая, что древние обладали знаниями, к которым мы медленно приближаемся. И думают, что стоит только найти «ширму к знаниям», слегка ее приоткрыть (раскрыть тайны умерших цивилизаций) и их достижения станут нам доступными. Причем, существует мнение, что «золотое» сечение – это некий код на пути понимания законов развития Вселенной и если удастся его расшифровать, то получим ответы на все вопросы создания Мира. А если посмотреть на это под другим углом, то почему мы должны заведомо отрицать наличие наряду с множеством физических, химических, биологических и других частных законов некоего общего закона развития природы, общества и мышления. Тем более, если этот закон проявится на всех уровнях иерархии Вселенной, то неплохо было бы выделить именно обобщающую эти уровни составляющую и отсеять разобщающиеся части. Но так как геометрический смысл «золотого» сечения в наглядном плане наиболее убедительный, увязывается с соразмерностью отрезков и в последствии выражается через число, то применительно к теории изме-

рения история соизмеримости отрезков и место в ней «золотого» сечения становится очень актуальной. Однако мало заявить о проявлении общего (или всеобщего) закона развития природы, общества и мышления, надо каждый раз приводить строго научные доказательства этого факта на конкретных примерах и с использованием «золотого» сечения.

Рассмотрение знаний в прошлом и возможности осознанного применения в своей творческой деятельности великими мыслителями «золотого» сечения, в настоящее время становится актуальной темой для многих исследователей. Причем, эта актуальность существенно возрастает из-за чрезмерного злоупотребления рядом авторов цитатами и мыслями, которых в первоисточниках нет. Многие из ученых себя считают правыми, ссылаясь на авторитетные источники, в которых, оказывается, приводятся явные ошибки или ложные умозаключения. Конечно, хочется в науке всегда верить результатам исследования предшественников, тем более, оказывается, что не все научные разработки можно проверить на достоверность. Однако оказывается, что многие научные результаты предыдущих исследований коллег в той или иной области наук надо на всякий случай перепроверять. Дело в том, что, увязывая эти исследования с «золотым» сечением, зачастую авторы выдают желаемые результаты за действительные, занимаясь элементарной подгонкой с использованием множества заведомо сгенерированный под желаемый результат коэффициентов с «золотой начинкой». Поэтому у многих, не применяющих в своих исследованиях «золотое» сечение, складывается впечатление, что его можно найти где угодно или заменить другими коэффициентами. Как будет показано далее, в этом есть доля правды, но только доля и не более.

Историей «золотого» сечения надо заниматься, при этом, не допуская предвзятости или послаблений в критике, то есть надо стараться оставаться объективным даже в условиях конфликтности между мнениями ученых и выдающими себя за ученых личностей. Так, В.С. Белянин используя в качестве первоисточника текст из диалога "Тимей" древнегреческого философа Платона (428-347 гг. до н.э.) задает вопрос: «Владел ли Платон кодом золотой пропорции?», а затем дает ответ: «Самым важным для нас итогом проведенного рассмотрения является обнаружение того факта, что отчетливой и сознательно проводимой теории золотой пропорции у Платона нет. Да она и никак не вписывается в одушевленный платоновский космос с его гармонией и красотой» [19]. В данном случае с В.С. Беляниным трудно не согласиться. Однако пока, в настоящее время, воспитана огромная плеяда сторонников искаженной истории о «золотом» сечении, то считаю, что необходимо остановиться на анализе трудов знаменитых людей, с которыми зачастую не всегда справедливо веками увязывают эту историю [20].

В качестве исторических документов для доказательства не проявления «золотого» сечения в морфологии строения человека А.В. Радзюкевич предлагает рассматривать документы, которые содержат в себе сведения о пропорциях че-

ловеческого тела, включая пупок. Он утверждает: «Первым таким документом следует считать трактат Витрувия. Витрувий пишет, что "...если положить человека навзничь с распростертыми руками и ногами и приставить ножку циркуля к его пупку, то при описании окружности линия ее коснется пальцев обеих рук и ног" (Витрувий, кн. III, гл. I). Однако из этого высказывания остается неясным, в какой пропорции пупок делит человеческое тело, находящееся в обычном вертикальном положении, поэтому анализу здесь подвергать нечего. Только в эпоху Возрождения появился целый ряд документов с указанием точных пропорций положения пупка. Если строго следовать хронологии, то первым таким документом следует считать работу Ченино Ченнини (ок. 1370- ок. 1440) "Трактат о живописи", который он написал сидя в долговой тюрьме. Характерно, что трактат был издан в 1437 г., т.е. еще до латинского переиздания Витрувия. В XIX главе этого трактата "О размерах человеческого тела с совершенными пропорциями" приводятся следующие сведения: "Прежде чем мы пойдем дальше, обрати внимание на точные пропорции человеческого тела, которые я сейчас тебе назову. Я не стану говорить о пропорциях человеческого тела: в нем нет ни одной правильной пропорции. Прежде всего, как я тебе уже сказал, лицо делится на три части: одна часть - это лоб, другая - нос, третья - расстояние от носа до подбородка... шея - длина одной меры... от ямки на шее между ключицами до углубления на животе - два лица; от пупка до паха - одно лицо... Рост человека равен восьми целым и одной трети лица...". Исходя из этих формулировок, получаем, что высота пупка относится к расстоянию пупка до макушки в пропорции 1,5 (5/3,333). Очевидно, что это не "золото", так как погрешность составляет более семи процентов» [21].

Конечно, начитавшись современной литературы, в которой делаются исторические упоминания о «золотом» сечении, многие захотят осудить дерзкие заявления А.В. Радзюкевича и В.С. Белянина. Однако не торопитесь присоединиться к их осуждению, а давайте вместе пройдемся с анализом по работам авторов из наиболее древней истории. Тем более этот исторический экскурс важен тем, что искажение истории «золотого» сечения продолжается и в наше время со ссылками, например, на Леонардо да Винчи. Во многих работах тиражируется мнение не только о знании этим великим человеком о «золотом» сечении, но и о том, что он сознательно использовал эту константу в своем творчестве, а некоторые утверждают, что именно ему мы обязаны этому термину. Другие ученые утверждают, что Леонардо да Винчи развил теорию «золотого» сечения, а затем применил ее на практике, а еще позже «обосновал так называемое золотое сечение», но не без участия Луки Пачоли [22]. Споря со сторонниками такого бытующего мнения, начинаешь чувствовать к себе их раздражение, но когда попросишь чтобы они конкретно привели страницы первоисточников, где Леонардо да Винчи упоминает о знании Луки Пачоли, то на этот случай у них заготовлена для ответа единственная цитата: "Научись умножению корней у маэстро Луки" [23]. Есть сомнение, что Леонардо да Винчи не знал, как умножать

корни, и как следствие, себе давал рекомендацию научиться умножению корней у Луки. Но если он даже не знал, как умножать эти корни, то почему если назвал Луку, то обязательно это был Пачоли? Это всего высказанное предположение, что он подразумевает Луку Пачоли. Такое высказывание у нас могло примерно звучать так: "Научусь чему-то у Петра". Что, из этого разве следует, что надо научиться у Петра Великого? А может быть, все это касается другого человека, к которому Леонардо да Винчи относился с уважением за профессионализм в знании математики? Как видите, остается больше вопросов, чем ответов. Следовательно, профессиональным историкам есть над чем трудиться. Тем более, зная, что священник Лука Пачоли заявил, что его работу оформлял Леонардо да Винчи. На самом деле их жизненные пути пересекались в молодости в течение одного лишь года, а затем война их разобщила. Для издания своей работы Пачоли мог пойти на хитрость, ссылаясь на участие в его работе авторитетного и уважаемого в обществе в тот момент человека. Тем более в этот период его жизни возникло у него множество проблем. На самом деле, если обратить внимание на биографию Л. Пачоли, то можно узнать, что он в детстве много лет учился стать художником, а все правильные тела были в то время для обучаемых обязательными упражнениями познания основ самостоятельного рисования. Да и сам Леонардо да Винчи занимался исследованиями преобразований для пяти правильных тел, из квадратов получал прямоугольники и наоборот, но при этом ссылался только на 2-ю книгу Евклида, а не на работы маэстро Луки.

1.2.1. О «золотом» сечении во времена пифагорейцев и Платона

Анализ ряда источников ([23], ..., [29]), по оценке вклада великих древних ученых в познание и понимание смысла «золотого» сечения, показал, что у многих исследователей сложилось определенное стереотипное мнение о знании Платоном про существование в геометрии не только тетраэдра, гексаэдра (куба), октаэдра и икосаэдра, но и додекаэдра, который, так же, как и икосаэдр, имеет взаимосвязь с «золотым» сечением. Эти исследователи утверждают о знании Платоном факта существования «золотого» сечения и при этом чаще всего ссылаются в одном случае на Луку Пачоли, а в другом случае – на работы А.Ф. Лосева. Следует отметить, во-первых, что Платон предложил строить плоские поверхности четырех совершенных (правильных) тел исключительно на основе двух типов треугольников (равнобедренного и равностороннего), которые не имеют непосредственной взаимосвязи с «золотым» сечением. Во-вторых, при построении правильных геометрических тел из треугольников Платон называет привычным для нас названием только куб, а иные названия для этих тел можно найти у других авторов. Однако при описании тела космоса для Платона четырех правильных тел оказалось недостаточным, поэтому он

приходит к мысли, что для Вселенной, как живого существа, в котором должны находиться другие живые существа «... подобают такие очертания, которые содержат в себе все другие. Итак, он путем вращения округлил космос до состояния сферы, поверхность которой повсюду равно отстоит от центра, то есть сообщил Вселенной очертания, из всех очертаний наиболее совершенные и подобные самим себе, - а подобное он нашел в мириады раз прекраснее того, что неподобно. Вся поверхность сферы он вывел совершенно ровной, и притом по различным соображениям» [30]. Следовательно, Платон о додекаэдре непосредственно речь не ведет, а обращает особенно внимание на сферу, что свойственно мировоззрению античных мыслителей, считающих, что сферическое тело всегда наиболее совершенно. В тоже время, он делает вскользь упоминание о существовании пятой многогранной фигуры: «... В запасе осталось еще пятое многогранное построение: его бог определил для Вселенной и прибегнул к нему, когда разрисовывал ее и украшал» [30]. Однако возникает вопрос, откуда Платон подчеркнул достаточно глубокие знания о построении правильных тел для последующего геометрического обоснования своей космологии в «Тимее» на завершающем этапе своего творчества и жизни?

Известно, что после смерти Сократа его последователи из Афин перебрались в Мегару поучиться мудрости. Аналогичным образом поступил и Платон. Путешествуя по свету, он также брал уроки у знаменитого математика Феодора, и длительное время общался со многими пифагорейцами, в результате чего «... Дружба Платона и пифагорейцев оказалась очень плодотворной для философа. Пифагорейцы выразили в своем учении огромную склонность античного человека к математически точному, логическому мышлению и к освоению мира в его пространственно–геометрических и структурно–числовых отношениях» [31]. Конечно, если сделаем допущение, что Платон знал, каким образом с помощью треугольников можно построить, например, икосаэдр, в геометрическом смысле имеющий взаимосвязь с «золотым» сечением, то это еще не есть доказательство знания им о проявлении этого сечения в икосаэдре. Тем не менее, в комментариях к «Тимею» А.Ф. Лосев отмечает, что элементам Платонового космоса «... присуща пропорциональная структура, и в частности закон золотого сечения» [30]. В свою очередь, в примечании №48 к «Тимею» А.А. Тихи–Годи пишет: «... вся космическая пропорциональность покоится на принципе золотого деления, или гармонической пропорции, когда целое так относится к большей части, как большая часть относится к меньшей» [30]. Но так ли это на самом деле?

Для поиска истины обратимся к следующему фрагменту текста из диалога «Тимей»: « ... бог поместил между огнем и землей воду и воздух, после чего установил между ними возможно более точные соотношения, дабы воздух относился к воде, как огонь к воздуху, и вода относилась к земле, как воздух к воде» [30]. Но так как, по мнению Платона, трехмерные предметы никогда не сопрягаются через один средний член, но всегда через два, то в качестве объе-

диняющей связи для этих четырех элементов тела космоса выступает некая пропорция, состоящая «... из трех чисел - как кубических, так и квадратных - при любом среднем числе первое так относится к среднему, как среднее к последнему, и соответственно последнее к среднему, как среднее к первому, тогда при перемещении средних чисел на первое и последнее место, а последнего и первого, напротив, на средние места выяснится, что отношение необходимо остается прежним; а коль скоро это так, значит, все эти числа образуют между собой единство» [30].

В приведенных выше цитатах из «Тимея» однозначно Платоном сформулирована геометрическая прогрессия ($a/b = b/c = c/d = q$) для взаимного соотношения между четырьмя элементами тела космоса (a, b, c, d), которые все вместе образуют целое $C = a \cup b \cup c \cup d$, а «золотая» пропорция является одним случаем из их возможного бесконечного числа, когда $q = \Phi = 1,618... = p_1$ (в прямом отношении) или $q = 1/\Phi = \Phi - 1 = \bar{\Phi} = 0,618... = \bar{p}_1$ (в обратном отношении). Но на каком основании мы имеем право утверждать, что Платон отдавал предпочтение в выборе для своих моделей именно этой единственной «золотой» пропорции из их бесконечного множества? Тем более, все эти предметы по Платону имеют ширину, высоту и глубину, то есть в нашем понимании трехмерные. Следовательно, выбор рядом ученых для доказательства знания Платоном о существовании «золотого» сечения в одномерном понимании, т. е. в виде отрезка с двумя частями (большой и меньшей), вместо четырех объемных элементов тела космоса в их взаимосвязи с большим числом измерений, чем одно, ошибочен. Как следует из содержания текста, Платон не занимался подобного рода сомнительными действиями, и более того, речь о взаимной пропорциональности в числовом выражении между элементами (огнем, землей, водой и воздухом) космоса не ведет, что равносильно качественному подходу к пониманию строения космоса с использованием геометрических аллегорий для каждого из его элементов и самого космоса в целом.

Однако отдельные исследователи отходят от буквального понимания диалогов Платона и начинают строить домыслы суть которых сводится к ответу на следующие два вопроса: по какой причине Платон не раскрыл до конца свою мысль, которую очень хотелось бы увидеть исследователю и что подразумевал Платон в своих аллегориях на самом деле? Некоторые из ученых взяли на себя «смелость» и пошли по пути вступления «в соавторство» с самим Платоном за счет введения в свои рассуждения для себя выгодные и не противоречащие личным методологическим подходам к исследованию понятия «если», «допустим» и «предположим». Так как некоторых господ, ищущих быстрый путь утверждения в науке, многое не устраивает из-за рутинности в исследованиях, то они стали искать более легкий путь достижения своих целей, вводя ряд научно необоснованных предположений, например, что если Платон не устанавливал коэффициент пропорциональности между элементами космоса, то, по их мне-

нию, возникает неопределенность в решении подобного класса задач. Следовательно, они считают, что Платону «нужна помощь» в решении тех задач, постановку которых он не делал, и после чего приступили к своеобразным постановкам задач, зная заведомо выгодные для своего самоутверждения их решения. Одним из наиболее ярких представителей подобного лженаучного течения стал Сергей Эйзенштейн, который, не пользуясь первоисточниками, а лишь только на основе прочитанной работы Г.Е. Тимердинга, предлагает в один из диалогов Платона добавить условие: «... что большее одновременно есть целое, то есть сумма меньшего и среднего, то это и будет формулой, наиболее полным образом воплощающей идею связи целого и его частей, представленных в виде двух отрывков, в сумме своей составляющих это целое. В таком виде это положение есть всем нам известное со школьной скамьи «деление отрезка в крайнем и среднем отношении», или так называемое золотое сечение» [32].

В тоже время, приписывание пифагорейцам знания о «золотом» сечении, на основании использования ими пятиконечной звезды, не может быть убедительным доказательством. Например, у нашего офицерского состава на погонах красуются звездочки, но в процессе беседы с ними выясняется, что за редким исключением кто-то слышал о «золотом» сечении, а о проявлении «золотого» сечения в геометрическом строении звезды почти никто не знает. Тогда, возникает вопрос. Почему отдельные ученые (Сергей Эйзенштейн [32], Н.А. Васютинский [25, 26], А.П. Стахов [27], В.И. Коробко [28, 29], Э.М. Сороко [24] и др.) так категоричны в своих высказываниях по поводу знания о «золотом» сечении великими древними философами и учеными? А иногда они утверждают о якобы даже сознательном применении этого сечения пифагорейцами, Платоном и Евклидом. В данном случае, надо признать отсутствие строгих доказательств с чисто научных позиций как знания пифагорейцами и Платоном о «золотом» сечении, так и незнания о нем. Однако мнение о работе Евклида в этой плоскости знаний выразим отдельно.

1.2. 2. Противоречивость умозаключений А.Ф. Лосева по поводу знаний Платоном о «золотом» сечении

Знал Платон о «золотом» сечении или нет? Для получения ответа на поставленный вопрос многие из ученых стараются обратиться к наследию известного философа А.Ф. Лосева, роль которого совместно с А.А. Тахо-Годи в исследовании трудов античных мыслителей (Платона и Аристотеля) считается в России наиболее весомой [31].

Чаще всего, желающие получить положительный ответ - находят его, ссылаясь на статью А.Ф. Лосева «История философии как школа мысли», впервые опубликованную в журнале «Коммунист» (1981, № 11). В этой статье он утверждает, что «...космос античным мыслителям периода зрелой классики представляется не просто некой отвлеченной неопределенностью (в таком случае он был бы

только чистой мыслью), но совершенным и живым единораздельным телом, содержащим в себе нерушимую цельность, несмотря на бесконечные различия возможных его проявлений. С точки зрения Платона, да и вообще с точки зрения всей античной космологии, мир представляет собой некое пропорциональное целое, подчиняющееся закону гармонического деления – золотого сечения (то есть целое относится в нем к большей части, как большая часть к меньшей). Этому закону, кстати сказать, древние греки подчиняли и свои архитектурные сооружения. Их систему космических пропорций нередко в литературе изображают как курьезный результат безудержной и дикой фантазии. В такого рода объяснениях сквозит антинаучная беспомощность. Однако понять данный историко-эстетический феномен можно только в связи с целостным пониманием истории, то есть, используя диалектно-материалистическое представление о культуре и ища ответа в особенностях античного общественного бытия» [33].

Что же произошло с убеждениями А.Ф. Лосева? Дело в том, что в своей «Истории античной эстетики» (1963 – 1980 года), которую он предлагает рассматривать как историю античной философии в ее предельной целостности [33], он нас пытается убедить совершенно в противоположном мнении. При этом А.Ф. Лосев путает математические понятия, отождествляя изначально «золотое» сечение (у него - золотое деление) с конечной геометрической прогрессией (у него – геометрическая пропорция). Для подтверждения сказанного прочитаем следующие результаты анализа А.Ф. Лосевым текста Платона (Tim. 31 с – 32 а): «... Тут ясно сформулировано то, что мы теперь называем геометрической пропорцией, или, точнее говоря, золотым делением. Считаю, что a является средним между первым b и последним c , имеем: $a/c = b/a$, или $c/a = a/b$ » [34].

А теперь посмотрите, как А.Ф. Лосев пытается выйти из этого противоречивого положения. Он уверен, что Платон в своих размышлениях случайно затронул «золотое» сечение, то есть неосознанно. На самом деле Платон вел свою беседу в рамках понимания с современных позиций геометрической прогрессии и к стати А.Ф. Лосев в какой-то момент это отличие даже ощутил, но затем снова потерял истинную нить рассуждения. Чтобы понять, что это именно так, следует вникнуть в смысл его следующих рассуждений: «... Чтобы покончить с пифагорейско-платоновским учением о пропорциях, обратим внимание еще на одно интересное обстоятельство, которое в науке не раз переоценивалось. Дело в том, что частным видом геометрической пропорции является так называемое *золотое деление*, начало учения, о котором, часто приписывали «пифагорейцам» и развернутую теорию которого находили у Платона. В эпоху Возрождения эта «божественная пропорция» фигурировала именно в пифагорейско-платоническом облики. Если обратиться к первоисточникам, то отчетливых материалов о сознательно проводимой теории золотого деления у Платона мы не найдем. Золотое деление получается из обычной геометрической пропорции путем внесения в нее идеи последовательного убывания чисел. Получается, что целое так относится к своей

большей части, как большая к меньшей. Золотое деление, следовательно, есть равновесие между целым и частью, наблюдаемое при последовательном исчерпывании целого. Что мы имеем на эту тему у Платона?

Выше мы приводили текст Tim. 31 с — 32 а. Этот текст прямо формулирует то, что мы теперь называем золотым делением. Но ни сам Платон не употребляет такого термина, ни его последующее изложение не показывает в отчетливой форме способ применения этого закона. Поэтому, строго говоря, использование этого закона у Платона является не столько сознательным и намеренным, сколько интуитивным и непосредственно-эстетическим. Но дело этим не кончается» [34].

Из приведенной выше цитаты видно как А.Ф. Лосев продолжает заблуждаться, считая, что Платон на самом деле интуитивно использует то, что мы теперь называем «золотым» сечением (делением), ошибочно поставив знак тождества между этим делением и геометрической прогрессией. Однако обратимся к размышлениям и доказательствам А.Ф. Лосева о возможной близости к «золотому» сечению одного из выбранных Платоном двух типов треугольников для построения объемных тел, которые вложены в следующей фразе: «... Как известно, Платон строит свой космос из прямоугольных треугольников двух видов - с равными катетами и с неравными катетами. К первому золотое деление совсем неприменимо; что касается второго рода треугольников, то их может быть бесчисленное множество, но Платон почему-то выбирает именно тот, который получается из деления равностороннего треугольника пополам его высотой. В таком прямоугольном треугольнике гипотенуза вдвое больше меньшего из катетов, а отношение его катетов есть $1 : 3$. *Последнее отношение близко к золотому сечению и до известной степени может его заменить.* Руководствовался ли Платон подобными соображениями при выборе такого треугольника, сказать трудно за полным отсутствием у него всяких указаний на этот предмет» [34].

Заявление А.Ф. Лосева, что Платон выбрал второй треугольник из-за того, что он получается из деления равностороннего треугольника пополам его высотой и в нем гипотенуза вдвое больше меньшего из катетов, а отношение его катетов есть $1 : 3$ и близко к «золотому» сечению, абсурдно и ненаучно. Если, например, построить равносторонний треугольник со стороной $a = 2$. Затем разделим этот треугольник пополам его высотой h и получим два одинаковых треугольника с гипотенузой $c = a = 2$ и меньшим катетом $k_1 = a/2 = 1$. Вычислим больший катет. Он равен $\sqrt{3}$. Следовательно, отношение катетов в треугольнике второго вида есть $1 : \sqrt{3}$, но не $1 : 3$, как приводит в своей статье А.Ф. Лосев, а о близости этого отношения к «золотому» сечению речь вести с позиции науки не корректно.

Что касается заявления об интуитивности в использовании Платоном «золотого» сечения, то это не значит, что А.Ф. Лосев полностью отрицает возможность им сознательного применения этого «золотого» деления. И действительно, он подчеркивает: «... Если Платон сознательно отнес додекаэдр со всеми этими элементами золотого деления к форме космоса, к небу - в чем, конечно,

нет ничего невероятного, - то тогда получается, что золотое деление действительно является у Платона наиболее «божественной» пропорцией. Но так ли это на самом деле и даже вообще формулировал ли Платон для себя точно и сознательно наличие золотых делений в додекаэдре и пентаграмме, - *сведений об этом нет никаких*, хотя *вероятность сознательной математической работы здесь весьма велика*, особенно если иметь в виду весь контекст античного пифагорейского платонизма. Заметим, впрочем, что икосаэдр тоже строится при помощи закона золотого деления. Это интуитивное конструирование золотого деления, даже если здесь не было сознательной концепции, чрезвычайно важно для всей античной эстетики» [34].

Однако сразу после этого умозаключения А.Ф. Лосев, подводя итоги рассмотрению пифагорейско-платоновского, учения о пропорции, говорит следующее: *«Во-первых*, если поставить вопрос о том, дано ли у Платона *определение самого понятия пропорции как отвлеченно-эстетической формы*, то на такой вопрос приходится ответить *вполне отрицательно*. Никакой *эстетической* теории пропорций как пропорций у Платона мы не находим. Однако это ни в каком случае не есть недостаток его эстетической системы, но та вполне естественная ее особенность, благодаря которой все эстетическое, понимается как бытийственное и потому рассматривается вместе с бытием, к которому оно относится. Пропорция для Платона есть пропорциональное бытие и потому характеризуется свойствами этого бытия. *Во-вторых*, ... пропорция оказывается чрезвычайно широким, можно сказать, *всеобъемлющим бытием*. Она охватывает все самые существенные стороны и виды бытия» [34].

Таким образом, из приведенных выше цитат из работ А.Ф. Лосева видно, что их автор совершенно и окончательно запутался в проблеме доказательства знания или незнания Платоном о «золотом» сечении и возможном его сознательном использовании в диалогах.

1.2.3. Знал ли Евклид о «золотом» сечении?

1.2.3.1. Краткий анализ предложений Евклида, с изначальным введением понятия «деление в крайнем и среднем отношении»

На протяжении нескольких веков на разных языках сделано большое число переводов «Начал» Евклида. У многих авторов эти переводы оказались в ряде случаев не совсем правильными и поверхностными. На русский язык переводы делались в основном с латинского, французского или греческого языка такими переводчиками как Сатаров (1973), Курганов (1769), Петрушевский (1818), Ващенко-Захарченко (1880), Мордухай-Болтовский (1948) и др. Следовательно, можно себе представить насколько возрос субъективный фактор в представлениях о степени истинности тех или иных умозаключений в теоремах Евклида.

Поэтому не во всех случаях следует дословно понимать смысл отдельных его теорем (предложений), а пытаться даже в отдельных случаях проводить исторические параллели между понятиями для уровня развития математики во времена Евклида и современными «однородными» математическими понятиями. По этому поводу Д.Д. Мордухай-Болтовский в комментариях к книге I «Начал» отмечает: «... Большую ошибку делают те комментаторы, которые видят в евклидовых определениях номинальные (чисто словесные) определения. Начало этой ошибки относится к XVII в., когда признавали только два рода определений: реальные и номинальные, причем первые мыслились согласно общему мировоззрению того времени иначе, чем мыслились определения в античное время. ...Номинальный характер в евклидовых определениях видел и Кестнер на том основании, что Евклид не старался оправдать своих определений» [35]. Далее в комментариях Д.Д. Мордухай-Болтовский вводит третий род определений, заявляя, «..., что мы здесь имеем не номинальные определения, а определения-описания, которые представляют собой типичные античные определения, правда, смешанные с генетическими определениями более раннего типа» [36]. Кстати, перевод Д.Д. Мордухай-Болтовским сделан с греческого текста издания Гейберга, где он отказался от алгебраической символики во имя истинного отражения принципа риторичности в изложении Евклидом. К результатам перевода и к комментариям растет существенно доверие из-за участия в их редакции таких высококвалифицированных специалистов в области математики как М.Я. Выгодский (1898 - 1965) и И.Н. Веселовский (1892 - 1975).

Для проведения тщательного анализа смысла наиболее часто используемого наследия Евклида исследователи обращают внимание на предложение 11 из книги II «Начал» (в настоящее время под предложениями Евклида ряд ученых подразумевают теоремы), требования из которого приведено в следующем виде (без чертежа 11): «Предложение 11. *Данную прямую рассечь так, чтобы прямоугольник, заключенный между целой и одним из отрезков, был равен квадрату на оставшемся отрезке*».

Из приведенного выше текста видно, что при постановке задачи требуется «прямую рассечь», то есть произвести ее сечение (деление) на два отрезка, но таким образом, чтобы прямоугольник, заключенный между целой и одним из отрезков, был равен квадрату на оставшемся отрезке. Но, что означает по Евклиду равенство между квадратом и прямоугольником? Поскольку под фигурой Евклид подразумевает то, что содержится внутри каких-нибудь границ и в ряде случаев она рассматривается как часть плоскости, то, по мнению Д.Д. Мордухай-Болтовского, под равенством фигур Евклид понимает равенство заключенных в сравниваемых фигурах частей плоскостей, а с позиции современного представления – это равенство их площадей.

Евклид чисто геометрически доказывает правильность алгоритма решения поставленной задачи (предложение 11), а данная прямая AB действительно пересекается в точке G так, что площадь прямоугольника, заключенного между AB , BG , она

делает равной площади квадрата на GA . Однако из текста Евклида не видно ни какой связи его геометрического алгоритма доказательства предложения 11 с делением прямой AB в крайнем и среднем отношении в особой точке G , которую мы сегодня называем «точкой золотого сечения или деления» и выражаем в виде конкретного общеизвестного иррационального числа. По всей видимости, уже позже, по мере развития алгебраических аналогий в геометрии математики вычислили точное количественное значение для этой особой точки («золотое» сечение), а после увязки этого значения с полученным результатом деления прямой (а точнее, отрезка) в крайнем и среднем отношении назвали эту точку деления - «золотым» делением.

После длительной работы над переводом «Начал» у Д.Д. Мордухай-Болтовского сложилось следующее непредвзятое мнение: «Теперь посмотрим, какое место занимает золотое сечение в «Началах» Евклида. Прежде всего, нужно отметить, что оно встречается в двух формах, разница между которыми почти неощутима для нас, но была очень существенной в глазах греческого математика V - IV веков до н. э. Первая форма, прототип которой мы видели в Египте, является в книге II «Начал», а именно в предложении 11 вместе с вводящими его предложениями 5 и 6; здесь золотое сечение определяется как такое, в котором квадрат, построенный на большем отрезке, равняется прямоугольнику на всей прямой и меньшем отрезке. Вторую форму мы имеем в определении 3 книги VI, где золотое сечение определяется пропорцией - как вся прямая к большему отрезку, так и больший отрезок к меньшему - и называется делением в крайнем и среднем отношении; в этой форме золотое сечение могло быть известным только со времен Евдокса. Интересно отметить, что предложениям 5, 6 и 11 книги II соответствуют предложения 27, 28 и 30 - шестой. Затем, предложения 5 и 6 книги II разорвали связь между предложениями 4 и 7, соответствующими нашим формулам квадратов суммы и разности; «та же фигура», о которой упоминается в предложении 7, строится в 4-м.

В книге XIII золотое сечение является в обеих указанных формах, а именно в первой форме в предложениях 1 - 5 и во второй - в предложениях 8 - 10. Правда, в формулировке и в тексте доказательства 1 - 5 предложений встречаются слова «в крайнем и среднем отношении», в доказательствах есть некоторые следы пользования пропорциями, но при внимательном чтении нетрудно заметить, что все эти места не связаны органически с общим текстом и легко из него могут быть исключены; все доказательство по существу ведется, исходя из равенства квадрата на большем отрезке прямоугольнику Более того, предложение 2 книги XIII по существу равнозначаше геометрическому построению предложения 11 книги II.

Все это позволяет думать, что предложения 4, 7, 8 книги II и предложения 1 - 5 книги XIII представляют остатки одного из самых древних в истории греческой геометрии документов, восходящего по всей вероятности к первой половине V века и возникшего в пифагорейской школе на основании того материала, который был привезен из Египта. Сравнительную древность этого документа можно установить из того обстоятельства, что предложения 4 и 7 книги II служат в ней для доказательства обобщенной теоремы Пифагора [квадрат стороны против острого и тупого угла (предложения 12 и 13 книги II)], которая, несомненно,

была известна Гиппократу Хиосскому (она, — вернее, обратная ей теорема — применяется в его доказательстве квадратуры луночек). ...Несмотря на то, что первые пять предложений книги XIII составляют одно целое с рядом предложений книги II, нужно отметить, что при непосредственном использовании предложений книги II (в особенности предложения 11, которое и дает построение золотого сечения) доказательства были бы в отдельных случаях значительно проще» [36].

Далее по тексту комментариев Д.Д. Мордухай-Болтовский приводит эти более простые доказательства для первых пяти предложений книги XIII с позиции предложения 11 из книги II «Начал» Евклида, а так же подчеркивает то обстоятельство, что Евклид никогда не рассматривает отношение как число.

После изучения «Начал» Евклида складывается ряд впечатлений.

Во-первых, что Евклид мог изначально не увидеть проявление деления отрезка в среднем и крайнем отношении в своем предложении 11 из книги II и лишь только в предложении 30 (книга VI) с помощью одинакового подхода к решению задачи в предложении 11 (книга II) данную прямую успешно рассекает в крайнем и среднем отношении. В комментариях к «Началам» Д.Д. Мордухай-Болтовский также отмечает: «Предложение 30 книги VI решает по существу ту же задачу, что предложение 11 книги II» [35]. Однако тогда возникает вопрос. Почему на чертежах в предложении 11 (книга II) и в предложении 30 (книга VI) различаются буквенные обозначения? Может быть, действительно, Евклид занимался собирательством и систематизацией знаний различных авторов и школ из области геометрии, но без ссылок на авторов и философско-математические школы.

Во-вторых, удивляет то, что определение 3 в книге VI («3. Говорят, что прямая делится в крайнем и среднем отношении, если как целая к большему отрезку, так и больший отрезок к меньшему»), которое могло быть хорошо известным со времен Евдокса (406 – ок. 355 до н. э.), у Евклида (365 – ок. 300 до н. э.) доказывается не с позиции пропорциональности прямых (а точнее - отрезков), как это он довольно просто делает в предложениях 11, 12, 13, 14, 15, 16 и 17 (книга VI).

В-третьих, на каком основании Гейберг исключил из предложения 30 (книга VI) Евклида еще одно его доказательство, которое поместил в приложении к переводу, посчитав, что это доказательство неподлинное. Ведь это доказательство могло относиться (по минимуму) к временам Евдокса и соответственно использовано, в более поздние времена, собирателем мыслей из области геометрии, то есть Евклидом. Текст исключенного доказательства предложения 30 следующий: «Иначе. Пусть данная прямая будет AB . Вот требуется рассечь AB в крайнем и среднем отношении. Рассечем AB в C так, чтобы прямоугольник между AB , BC был равен квадрату на CA . Поскольку теперь прямоугольник между AB , BC равен квадрату на CA , то, значит, будет, что как BA к AC , так и AC к CB . Значит, AB рассечена в крайнем и среднем отношении в C , что и требовалось сде-

лать» [35]. Но ведь именно это доказательство имеет непосредственную взаимосвязь с использованием в математике подхода, связанного с изучением пропорциональности прямых.

Тогда возникает очередной вопрос. Почему Евклид не развил свои исследования, заключающиеся в предложениях 16 и 17 (книга VI)? Дело в том, что для понимания математического смысла исключенного Гейбергом доказательства предложения 30 у Евклида не хватает еще одного предложения, которое является логическим развитием его предложения 17, в свою очередь логически базирующегося на предшествующее предложение 16.

Следовательно, возникает необходимость в восстановлении одного из недостающих звеньев (предложения) из этой логико-математической цепочки между исключенным Гейбергом доказательством предложения 30 (книга VI) и предложениями 16 и 17 (книга VI) Евклида.

1.2.3.2. Введение еще одного предложения для понимания математического смысла исключенного Гейбергом доказательства предложения 30 (книга VI) «Начал» Евклида

В предложении 16 (книга VI) Евклид доказывает, что «если четыре прямые пропорциональны, то прямоугольник, заключенный между крайними, равен прямоугольнику, заключенному между средними; и если прямоугольник, заключенный между крайними, равен прямоугольнику, заключенному между средними, то эти четыре прямые будут пропорциональными» [35]. Другими словами, получается, что если представить в виде чисел два крайних отрезка (K_1 и K_2) и два средних отрезка (C_1 и C_2), то площади прямоугольников со сторонами $K_1 * K_2$ и $C_1 * C_2$ будут равны, то есть

$$K_1 * K_2 = C_1 * C_2. \tag{1.150}$$

Выражение (1.150) представим в классической форме, где ни одно из чисел (членов пропорции) не равно нулю:

$$K_1 / C_1 = C_2 / K_2. \tag{1.151}$$

Следовательно, в алгебраическом виде предложение 16 (книга VI) имеет взаимосвязь с понятием классической пропорции.

В предложении 17 (книга VI) Евклид доказывает, что «если три прямые пропорциональны, то прямоугольник, заключенный между крайними, равен квадрату на средней; и если прямоугольник, заключенный между крайними, равен квадрату на средней, то три прямые будут пропорциональными» [35]. Доказательство этого предложения сводится к использованию на самом деле не трех, а четырех отрезков. Фактически Евклид рассматривает в предложении 17 частный случай из предложения 16, когда два средних отрезка равны ($C_1=C_2$). Другими словами, получается, что если представить в виде чисел два крайних отрезка (K_1 и K_2) и два средних отрезка в виде одного числа $C=C_1=C_2$, то площади

прямоугольника со сторонами $K_1 * K_2$ и квадрата $C_1 * C_2 = C^2$ должны быть равны, то есть

$$K_1 * K_2 = C^2 . \quad (1.152)$$

Таким образом, выражение (1.152) является частным случаем (1.151), при $C=C_1=C_2$, и может быть представлено в виде усеченной до трех членов классической геометрической прогрессии, где ни одно из чисел (членов прогрессии) не равно нулю:

$$K_1 / C = C / K_2 . \quad (1.153)$$

А теперь еще раз вернемся к приведенным выше цитатам из «Тимея», где однозначно Платоном сформулирована усеченная геометрическая прогрессия ($a/b = b/c = c/d$) для взаимного соотношения между четырьмя элементами тела космоса (a, b, c, d), которые все вместе образуют целое. Следовательно, можно предположить, что Платон писал свои диалоги на уровне понимания смысла геометрической прогрессии.

Но причем здесь «золотое» сечение или «деление отрезка в крайнем и среднем отношении»?

К Платону, как показано выше, эти понятия не имеют ни какого отношения. А вот к Евклиду многое причастно, но только на уровне понятия «деление отрезка в крайнем и среднем отношении» в особой точке, числовое выражение которой (то, что в настоящее время принято называть «золотым» сечением), он, по всей видимости, в то время не вычислял, но о наличии этой точки естественно знал. И не просто знал Евклид о наличии этой особой точки «деления отрезка в крайнем и среднем отношении» (у него, то, что мы называем отрезком, называется прямой), но и сумел доказать, что в этой точке деление целого отрезка на две части, каждая из частей (большой и меньшей отрезки) будут иррациональными (предложение 6 в книге XIII «Начал» Евклида). Однако возникает очередной вопрос. Почему Евклид многократно используя понятие «прямая делится в крайнем и среднем отношении» не стал доказывать его по методу доказательства предложений 16 и 17 (книга VI), то есть исходя из того, что это доказательство может исходить из его представления в качестве одного из частных случаев предложения 17. А может быть, в то время Евклиду и не надо было производить подобного рода доказательства для научной элиты, так как все это считалось общеизвестным фактом в геометрии? Но это всего лишь предположение, которое нельзя брать за основу в научных спорах. Предлагается искать научные направления обоснования выбранного Евклидом пути доказательства предложений, которые, по какой то причине, им упущены. А может быть отдельные доказательства были исключены кем-то из «Начал», как это сделал Гейберг?

Одним из путей возможного поиска упущенного, но логически необходимого, в «Началах» Евклида предложения, исходя из перехода от четырех пропорциональных прямых (предложение 16 из книги VI) к трем пропорциональным прямым (предложение 17 из книги VI), предлагается рассмотрение дальнейшего

перехода к двум пропорциональным прямым. Это предложения в духе и стиле Евклида могло звучать следующим образом: *«Если две прямые (на самом деле два отрезка) пропорциональны, то квадрат на большей, равен прямоугольнику, заключенному между меньшей и суммой этой меньшей с большей; и если квадрат на большей, равен прямоугольнику, заключенному между меньшей и суммой этой меньшей с большей, то эти две прямые (на самом деле два отрезка) будут пропорциональны».*

В основе доказательства приведенного выше предложения лежит путь, проложенный через предложения 16 и 17 из книги VI «Начал» Евклида, то есть предлагается сначала исходить из наличия четырех отрезков (двух крайних K_1 и K_2 , а также двух средних C_1 и C_2), а затем перейти от условия (1.151) к условию (1.152). Ведь, на самом деле, Евклид, рассматривая условия пропорциональности для трех отрезков, при доказательстве использует четыре отрезка, а это значит, что под понятием пропорциональности трех отрезков он понимает на самом деле пропорциональность четырех отрезков, при условии, что два средних отрезка равны, то есть когда: $C=C_1=C_2$.

Следовательно, под условием пропорциональности для двух отрезков, следуя логике рассуждений Евклида, предлагается изначально понимать условие пропорциональности исключительно для четырех отрезков, представление которых в числах позволяет выйти на классическую пропорцию вида (1.151), где ни один из членов пропорции не равен нулю. Однако с учетом равенства $C=C_1=C_2$ получаем очередное условие (1.153) для трех отрезков, на основе которого перейдем к следующей аналитической записи предложения для пропорциональности двух прямых (на самом деле отрезков):

$$(C+K_2)/C = C/K_2, \quad (1.154)$$

где $C+K_2=K_1$.

Из выражения (1.154) видно, что доказательство предложения для пропорциональности двух отрезков должно базироваться на доказательствах о пропорциональности сначала трех, а затем четырех отрезков, где во всех трех предложениях в основу доказательств положен принцип соразмерности четырех отрезков: в первом случае все четыре отрезка разной величины (предложение 16 из книги VI); во втором случае два средних отрезка равны, а крайние - различной величины (предложение 17 из книги VI); в предлагаемом нами третьем случае два средних отрезка равны, крайние - различной величины, но при этом один из крайних отрезков равен сумме среднего со вторым крайним отрезком. Это и есть алгоритм доказательства с позиции Евклида предложения о пропорциональности двух отрезков на основе предложения 16 и 17 (книга VI), где в основу доказательств положена на самом деле пропорция из размеров четырех отрезков.

В исключенном Гейбергом из предложения 30 (книга VI) Евклида доказательстве деления (рассечения) «прямой» AB в точке C в крайнем и среднем отношении использовалось условие равенства прямоугольника со сторонами AB ,

BC и квадрата со сторонами CA , построенных на AB . Так как прямоугольник и квадрат равны, а сумма CA с BC равна AB , то строится пропорция типа (1.154) и делается заключение на ее основе, что, « AB рассечена в крайнем и среднем отношении в C ».

В книге VI «Начал» дается определение: «3. Говорится, что *прямая делится в крайнем и среднем отношении*, если как целая к большему отрезку, так и больший отрезок к меньшему» [35]. Следовательно, исключенное Гейбергом из предложения 30 (книга VI) Евклида доказательство деления «прямой» AB в точке C в крайнем и среднем отношении в математическом плане безупречно и заслуживает возвращения его в «Начала». Что касается приведенного определения, то оно начинается со слова «говорится», а это значит, что, по всей видимости, в окружении Евклида хорошо знали процедуру деления отрезка в крайнем и среднем отношении, то есть считали это деление общеизвестным фактом, который не требует специального доказательства и воспринимается всеми как общеизвестная процедура.

Если учесть, что в (1.154) целый отрезок K_1 (Π) состоит из двух отрезков (C и K_2), где C – больший отрезок (M - мажор) и K_2 – меньший отрезок (m - минор), то возникает вопрос. Почему Евклид применил понятие «прямая делится в крайнем и среднем отношении» для деления целого отрезка (Π) на два отрезка (M и m)?

Чтобы ответить на этот общий вопрос, сначала надо найти ответ на два частных вопроса. Как математически объяснить, что такое означает деление отрезка в крайнем отношении? Как математически объяснить, что такое означает деление отрезка в среднем отношении?

При делении отрезка на две части, эти части (отрезки) могут быть равны или неравны, то есть когда один отрезок больший, а другой отрезок меньший. Если эти два отрезка еще можно условиться называть "крайними", например, относительно точки деления целого отрезка на две части, то "средними" их нельзя назвать. Тогда, при такой постановке вопроса, о делении отрезка в среднем отношении речь вести не приходится. Значит, во времена Евклида подход к введению понятия «*прямая делится в крайнем и среднем отношении*» был другим. Этот подход, по всей видимости, имел взаимосвязь с подходом к доказательству предложений 16 и 17 из книги VI, а так же мог опираться на близкое по аналогии предложение с нашим предложением «о пропорциональности двух отрезков». Почему именно так, а не иначе (объяснения других авторов также имеют право на изучение)? Попробуем обосновать все это ниже.

Если посмотреть на выражение (1.154), то можно увидеть в нем отношения между крайними и средними отрезками. Кроме этого, если среднюю составляющую представить через разность между крайними отрезками, то получим отношения исключительно с крайними отрезками:

$$K_1 / (K_1 - K_2) = (K_1 - K_2) / K_2, \quad (1.155)$$

где $K_1 - K_2 = C$.

Если представить в правой части равенства (1.154) крайнюю составляющую K_2 через разность $K_1 - C$, то получим отношения с наличием во всех числителях и знаменателях средних отрезков C :

$$(C + K_2) / C = C / (K_1 - C), \quad (1.156)$$

где $K_2 = K_1 - C$.

Из результатов анализа выражений (1.154), (1.155) и (1.156) следует, что во времена Евклида при определении термина «*прямая делится в крайнем и среднем отношении*» мог быть использован поход, имеющий взаимосвязь с подходом к доказательству предложений 16 и 17 из книги VI «Начал», а так же опирающийся на возможное близкое по аналогии предложение с нашим предложением «о пропорциональности двух отрезков» [37].

1.2.3.3. Что вкладывалось в понятие числа во времена пифагорейцев, Платона и Евклида?

Геометрия зарождалась изначально из практических соображений. Надо было, например, производить раздел земли между отдельными особами, но без существующего в настоящее время понятия дробных и иррациональных чисел. Открытие на определенном этапе факта существования иррационального еще не значит, что после его открытия уже были в состоянии производить эти вычисления, то есть находить адекватные числа той или иной иррациональности. На самом деле, этому предшествовал длительный этап эволюции в математическом развитии человечества. Однако для осуществления правильного раздела земельных угодий надо было уметь производить желательного максимально точные измерения, для чего должны были иметь место в наличии не только алгоритмы (или методы) измерений, а так же подобран соответствующий инструментарий. В то же время для выбранного измерительного инструмента надо было определиться с единицами измерений, как некой примитивной эталонной мерой.

В качестве основных инструментов использовалась веревка и ровная палка, которая принималась за целое (или за единичное), как прототип современной линейки, но без шкалы. Во многих случаях палку (линейку) заменяли натянутой веревкой с завязанными узлами, обозначающими ее начало и конец. С помощью такой палки (или веревки) можно было измерять в целочисленном виде линейные размеры для различных объектов. Закрепив один из концов палки (или узлов для веревки) на плоскости и вращая другой ее конец (или узел) вокруг этой закрепленной точки получим круг или его определенную часть (дугу). Фактически это стало прообразом настоящего циркуля, то есть инструмента для измерения длины и вычерчивания окружностей и дуг.

Поэтому, а также в результате анализа трудов Платона и Евклида, можно однозначно определиться, что они вкладывали в понятие числа в первую очередь его целостность. Те более, сам Евклид в книге VII «Начал» дает определения: «1. Единица есть то, через что каждое из существующих считается единым. 2.

Число же – множество, составленное из единиц. З. Часть есть число в числе, меньшее в большем, если оно измеряет большее и т. д.» [37]. В случае, когда условие для части не выполняется, то есть когда число в числе не измеряет большее, то он его относит к иррациональному, а как его измерять или выразить через число не знает. Следовательно, дробь, как число, в его понимании отсутствовало. В свою очередь, разговоры о знании Евклидом иррационального числа $1,618\dots$ или $0,618\dots$, то есть «золотого» сечения (в нашем понимании), утверждение крайне ненаучное и абсурдное. Однако как делить отрезок на две равные части и в «*крайнем и среднем отношении*» Евклид знал, а также знал точки этих делений, но в геометрическом смысле, так как геометрически мог их без проблем определять, что собственно и подтверждается в его «Началах» [35,36,37].

Окончательных выводов по этому разделу не стану приводить, так как не хочу навязывать читателю свою субъективную точку зрения. Советую каждому читателю:

- «пройтись» по первоисточникам и сделать собственные выводы;
- анализировать первоисточники с позиций классической истории математики;
- не ставить знак тождества между понятиями «золотое» сечение (деление), «золотая» пропорция и «золотое» число, что мы, к сожалению, очень часто делаем в настоящее время при написании книг и в процессе общения. Отмечу лишь одно, что проведенное мною независимое исследование этой сложной и противоречивой проблемы истории «золотого» сечения подтвердило правоту научных позиций и мыслей таких ученых как А.В. Радзюкевич и В.С. Белянин, которые неоднократно отстаивали их в процессе диспута и в статьях на страницах сайта a3d.ru.

*Человек, имеющий одни часы,
твердо знает, который час. Чело-
век, имеющий несколько часов, ни в
чем не уверен.*

Закон Сегала

2. Обоснование важности стандартизации и теории измерения при построении сложных систем на примере подготовительного этапа к синтезу телекоммуникационной сети двойного назначения

Цикл жизни всей ТКС ДН определяется огромным множеством менее продолжительных жизненных циклов составляющих ее элементов (изделий), качество которых распределяется по стадиям этих циклов. Согласно стандарту Международной организации по стандартизации (ИСО-9004) жизнь изделия подразделяется на 11 стадий: 1) маркетинг; 2) проектирование, разработка технических требований и самого изделия, конструкторская подготовка производства; 3) материально-техническое обеспечение; 4) технологическая подготовка производства; 5) производство; 6) контроль, проведение испытаний и обследований; 7) упаковка и хранение; 8) монтаж и эксплуатация; 9) реализация и распределение продукции; 10) техническая помощь и обслуживание; 11) утилизация после использования. Все 11 стадий жизненного цикла каждого изделия объединяются с такими же стадиями циклов для огромного множества изделий, используемых для проектирования и строительства ТКС ДН, с последующей их эксплуатацией и утилизацией.

В процессе проектирования ТКС ДН в целом и ее составляющих элементов и комплексов особое внимание уделяется системному проектированию (синтезу), так как ошибка, допущенная на этом этапе, может привести к огромным издержкам на более поздних этапах (стадиях) их жизненных циклов. Однако этапу системного проектирования предшествует рутинный подготовительный этап, который включает в себя следующие стадии: постановка задач (определение проблем) системного проектирования; тщательный анализ имеющихся исходных данных для получения наиболее полной информации о проблемах и известных путях их решения, используемого математического аппарата в методиках анализа и синтеза элементов ТКС ДН, а также оценка степени адекватности ММ этим элементам и процессам, протекающим в них; разработка плана решения проблем (структуры исследования с целью решения проблем); оценка результатов исследования и реализации плана; разработка предложений, позволяющих исключить эти проблемы в будущем за счет соответствующего изменения в построении ТКС ДН. Оказывается, что подготовительный этап к синтезу ТКС ДН не менее важный, чем сам синтез, так как ошибка, допущенная на этом

этапе, также может привести к огромным издержкам на последующих этапах (стадиях) ее жизненного цикла. Все это делает целесообразным и возможным сужение задачи исследования важности стандартизации и теории измерения до подготовительного этапа к синтезу ТКС ДН.

Рассматривая ТКС ДН в виде 7-ми уровневой эталонной модели взаимодействия открытых систем (ЭМ ВОС), следует заранее определиться, на каком уровне этой эталонной модели будем проводить исследования. Концепция применения ЭМ ВОС допускает возможность проведения научных исследований в области построения перспективных ТКС ДН на любом отдельно взятом ее уровне, так как функции и процессы на каждом уровне имеют различную физическую природу и моделируются разнотипными ММ. Следовательно, соблюдая принцип взаимной вложенности для 7-ми уровневой ЭМ ВОС и последовательность их роста, начнем исследования с 1-го (физического) уровня этой модели, что позволяет произвести сужение задачи исследования важности стандартизации и теории измерения не только до подготовительного этапа к синтезу ТКС ДН, но и решать эту научную задачу изначально в рамки этого физического уровня.

Если учесть, что на каждой стадии жизненного цикла изделия (элемента), комплекса изделий (элементов) и основных структурных элементов ТКС (узлов связи и линий передачи) в обязательном порядке должна осуществляться оценка качества, то в данном случае важную роль должен играть принцип повсеместной стандартизации, который без опоры на теорию измерения не мыслим, так как [38]: «... Основа любой формы управления, анализа, прогнозирования, планирования, контроля или регулирования – достоверная исходная информация, которая может быть получена путем измерения требуемых физических величин (ФВ), параметров и показателей. И естественно, что только высокая и гарантированная точность результатов измерений обеспечивает правильность принимаемых решений. Современная наука и техника позволяет выполнять многочисленные и точные измерения, однако затраты на них становятся соизмеримыми с затратами на исполнительные операции».

В документах международной организации по стандартизации (ИСО) и Государственной системы стандартизации дается однозначная трактовка термина стандартизация, т.е. под стандартизацией понимается деятельность, заключающаяся в нахождении решений для повторяющихся задач в сферах науки, техники и экономики, направленная на достижение оптимальной степени упорядочения в определенной области. Как разновидности (методы) стандартизации, нашли широкое применение унификация и типизация, которые заключаются, соответственно, в рациональном сокращении числа элементов (типов, видов и размеров) одинакового функционального назначения и в разработке и установлении типовых конструктивных, технологических, организационных и других решений.

Применительно к стандартизации перспективных сетевых технологий, в последнее время, наряду с эффективностью их построения на первое место по важности выдвинулось понятие качество продукции, как совокупности ее свойств, обуславливающих пригодность удовлетворять конкретные потребности в полном соответствии с назначением этой продукции [39]. Этому определению не противоречит ГОСТ В 20.57.102-77, в котором под качеством изделия военной техники (ВТ) понимается совокупность свойств изделия военной техники, обуславливающих его пригодность удовлетворять определенные потребности обороны страны. В этом стандарте количественными характеристиками качества изделий ВТ являются уровень качества и показатели качества, где показатели качества изделий ВТ используют при оценке уровня их качества на стадиях разработки, изготовления и эксплуатации, а также при обосновании технических требований к ним. В свою очередь, показатели качества изделий ВТ классифицируют на группы по следующим признакам [40]:

- цель и область применения изделия - показатели назначения;
- приспособленность изделия к эксплуатации и сохранению работоспособности;
- показатели живучести и стойкости к внешним воздействиям;
- показатели надежности;
- эргономические показатели и показатели технической эстетики;
- показатели удобства технического обслуживания, ремонта и хранения;
- показатели транспортабельности;
- показатели безопасности;
- показатели скрытности и маскировки;
- рациональность технико-экономических решений в изделии;
- показатели стандартизации и унификации;
- показатели технологичности;
- конструктивные показатели;
- экономические показатели.

В основном все перечисленные выше показатели качества изделия ВТ отражены в стандарте ИСО 8402-86 и ГОСТ 22851-77, в которых определено 10 групп показателей качества ($П_{K_i}$, где $i=1, \dots, 10$ – порядковый номер группы в стандарте): 1) назначения ($П_{K_1}$); 2) надежности ($П_{K_2}$); 3) технологичности

($П_{K_3}$); 4) стандартизации и унификации ($П_{K_4}$); 5) транспортабельности ($П_{K_5}$); 6) эргономические ($П_{K_6}$); 7) эстетические ($П_{K_7}$); 8) патентно-правовые ($П_{K_8}$); 9) безопасности ($П_{K_9}$); 10) экологические ($П_{K_{10}}$).

Перечисленные выше 10-ть основных свойств продукции (10 групп показателей качества), в свою очередь, группируются по пригодности выполнять основную функцию:

исключительно самостоятельно (назначения, надежности);

в комплексе с другими видами продукции (технологичности, стандартизации и унификации, транспортабельности);

в комплексе с человеком (эргономические, эстетические, патентно-правовые, безопасности);

в комплексе с окружающей средой (экологические).

Надежность и унификация (стандартизация) продукции относятся к важнейшим группам показателей качества. Что касается использования в процессе системного проектирования других групп показателей качества, то для каждого предмета и объекта исследования необходимо дополнительно производить соответствующие оценки на основе инструментальных и (или) экспертных методов с целью определения для них весовых коэффициентов и исключения из общего перечня мало значимых. Кроме того, реализация потенциальных возможностей повышения качества продукции методом опережающей (ступенчатой) стандартизации приводит к необходимости постановки и решения задачи прогнозирования потенциальных возможностей для развития изделий электросвязи, а так же создания перспективных ТКС ДН.

Исследуя проблему научно-технического прогнозирования в стандартизации, И.Г. Ханович отмечает: «... естественная постановка задачи прогнозирования потенциальных возможностей развития изделий электронной техники была принята ... на основе анализа системы уравнений математической физики и эквивалентных им электрических схем, отражающих процессы, протекающие в изделиях, относительно простыми средствами устанавливались «агрегированные или комплексные (интегральные) показатели качества» (по терминологии в ГОСТ 18.301.76), основанные на использовании критериев подобия как численных характеристик интенсивности проявления соответствующих процессов» [41].

Несмотря на несбыточность многих краткосрочных прогнозов, ведущие страны мира не отказались от долгосрочных прогнозов в стандартизации и учитывают их в экономико-военной интеграции, широко внедряя технологии ДН. На-

пример, в обзоре статьи Стива Лоуэлла, опубликованной в «Бюллетене ИСО» с целью привлечь внимание к важности роли стандартов и раскрыть разносторонние долгосрочные перспективы национальной и международной стандартизации, отражена следующая информация: «Взаимодействие – ключевой элемент успешной военной деятельности, и оно является основой стратегии стран-членов НАТО. В прошлом оно строилось на базе военных стандартов. В связи с тем, что военные бюджеты сократились, члены НАТО акцентируют внимание на стандартах ИСО и МЭК для того, чтобы регулировать затраты при покупке коммерческой продукции, обеспечить поставки на случай войны и оптимизировать взаимодействие» [42].

Моделирование и оптимизация широкого класса человеко-машинных систем нашли отражение в теории эргатических систем (трудовых систем «человек-техника»), которая рассматривает функционально-поведенческие аспекты человека, как центрального звена в системе «человек-техника-среда». В этой теории особое внимание уделяется математическим основам квалиметрии человеко-машинных систем на основе стремления к разработке объективных методов измерения эффективности и качества [39]. Анализ основных положений теории эргатических систем позволил выделить в ней следующий ряд проявляющихся недостатков:

в методах измерения эффективности и качества проблема стандартизации не поднимается вообще;

при математическом моделировании человеко-машинной системы слабо учитывается человеческий фактор;

несмотря на базирование теории на сетевые методы с использованием графов, функционально-структурный подход и стохастические модели различных классов (марковские, полумарковские, вложенные цепи Маркова и т.д.), она в недостаточной мере отражает не только звено «человек», но и даже звено «машина» в СЧМС;

не учитывается взаимодействие человека-оператора с другими членами профессионального коллектива, т.е. отсутствует представление человека в качестве основного компонента социальной системы управления [43].

В то же время, при планировании и проектировании операторской деятельности в автоматизированных системах управления операторской деятельностью заложен проверенный на практике четырехконтурный принцип переработки информации, где [44]:

в первом контуре – производится сбор и обработка статистических данных для анализа деятельности человека-оператора;

во втором контуре – строятся и анализируются экспертные оценки и модели, а также планируются, реализуются и обрабатываются результаты специальных экспериментов;

в третьем контуре – прогнозируются характеристики качества функционирования человека-оператора;

в четвертом контуре – анализируются результаты прогнозирования, и осуществляется структурно-параметрическая оптимизация обучения и восстановления характеристик качества человека-оператора.

Особая роль в автоматизированных системах управления операторской деятельностью отводится оценке состояний человека-оператора с помощью интегральных характеристик, которые сравниваются с некоторыми базовыми (эталонными), свойственными конкретному индивиду и в случае необходимости производятся управленческие воздействия для его приведения в нормальное рабочее состояние. В подробном виде методы и модели оценки состояния человека-оператора, а также методы поддержания и повышения его работоспособности приведены в работе В.С. Зайцева [44], где в то же время нервно-психологическому состоянию не уделяется достаточного внимания.

В справочнике по инженерной психологии отмечается: «Психофизиологические методы позволяют исследовать организацию физиологических функций организма человека-оператора в процессе деятельности, оценивать и контролировать его функциональное состояние, работоспособность, надежность и эффективность систем человек-машина. С их помощью исследователи пытаются понять, каким образом мозгу удастся скоординировать все сложнейшие процессы, лежащие в основе, как управляющих действий оператора, так и одновременно необходимые для поддержания жизнедеятельности его организма» [45].

Оказывается, при оценке состояния человека-оператора (в том числе и состояния мозга) из множества характеристик психофизиологических процессов наибольшей информативностью обладает метод электроэнцефалографии (ЭЭГ) [45, 46].

Однако проблема заключается в том, каким образом можно получить ММ, позволяющую находить взаимосвязь между ритмами мозга [47], а также как можно осуществлять моделирование взаимных переходов между ними? В случае если разработанная ММ для ритмов мозга [48], учитывающая взаимные переходы между ними, будет эффективно использоваться в СЧМС, то откроется возможность более эффективно решать проблему анализа и синтеза этих систем в различных областях человеческой деятельности.

Кроме этого, разрабатываемый ЛМА для моделирования перспективных ТКС ДН должен базироваться на общие законы развития природы и отражать единство человека с окружающей средой и объектом управления, а машинные сис-

темы «органически» сопрягаться с ними, так как ЛМА для анализа и синтеза цифровых первичных сетей связи (ЦПСС) общего пользования (ОП), как СЧМС, не удовлетворяет требованиям к перспективному моделированию на уровне создаваемых новых сетевых технологий. Причем, задачи анализа элементов ЦПСС ОП должны увязываться с изучением их свойств и поведения в зависимости от структуры и параметров, а задачи синтеза – с выбором (формированием) структуры и параметров, исходя из заданных требований к построению ТКС ДН и их элементов [49]. Однако если учесть доминанту развития ЦПСС ОП, как транспортной сети, а также особую важность роли и значимость места физического уровня (УФ) в семи уровнях ЭМ ВОС, то допускается возможность сужения рамок исследования к этому уровню.

Отсюда, становится очевидным наличие противоречия между необходимостью построения ТКС ДН и неадекватностью математического аппарата для анализа и синтеза их элементов еще на подготовительном этапе к системному проектированию ТКС ДН в рамках физического (1-го) уровня ЭМ ВОС, а разрешение этого противоречия с использованием разработанного ЛМА делает это направление исследований актуальным. Этот ЛМА представлен автором в ряде научных работ с последующим эволюционным доведением до разработки основ прикладной «золотой» математики с конкретными ее приложениями в электро-связи [47, 48].

2.1. Уточнение основных проблем и выбор групп показателей качества на подготовительном этапе к синтезу телекоммуникационных сетей двойного назначения

Пути системного проектирования ТКС ДН на УФ зависят от двух стимулов. С одной стороны, их стимулируют ключевые проблемы (цели), то есть вопросы, решение которых продвигает вперед теорию проектирования сетей и дает основу для важных практических приложений. С другой стороны, важным стимулом является наличие «хороших методик», то есть точных и надежных инструментов (средств) в виде ЛМА для их анализа и синтеза. Эти два стимула должны дополнять друг друга, в противном случае происходит расхождение между целями и средствами их достижения.

Повышение экономической эффективности в процессе проектирования элементов ТКС ДН обуславливается широким использованием унифицированных изделий, показатели качества, которых, разделяются на ряд групп (надежностные, эргономические, эстетические и др.). Особое место между этими группами показателей качества занимает унификация, характеризующая насыщенность элементов ТКС стандартными и унифицированными модулями и узлами [50], которые создаются на основе соответствующих им унифицированных матема-

тических моделей с целью уменьшения типов и видов объектов одинакового назначения. Следовательно, чем в большей степени унифицированы ММ для модулей и узлов, тем больше появляется возможностей для повышения стандартизации и унификации элементов ТКС в процессе их системного проектирования и производства, а это в свою очередь повлияет на рост качества технических систем в транспортных сетях. Следовательно, возникает необходимость в проведении декомпозиции, но уже в рамках 1-го уровня (УФ) ЭМ ВОС, на ряд уровней структурно-физической реализации (СФР), классификация которых (табл. 2.1) позволяет выражать через показатели качества нижестоящих уровней показатели качества вышестоящих уровней, что в свою очередь позволит произвести их анализ и синтез в рамках каждого из уровней в отдельности [51, 52].

Таблица 2.1

Номера уровней	Названия уровней СФР	Обозначения уровней
0	Физических сред (ФС)	ФС-0
1	Физических элементов (ФЭ)	ФЭ-1
2	Функциональных узлов (ФУ)	ФУ-2
3	Средств систем передачи (ССП)	ССП-3
4	Однозвенных систем (линий) передачи (ОСП)	ОСП-4
5	Многозвенных систем (цепей) передачи (МСП)	МСП-5
6	Телекоммуникационных направлений (ТКН)	ТКН-6
7	Телекоммуникационных сетей (ТКС)	ТКС-7

Назначение и содержательная часть приведенных в табл. 1.1 уровней СФР раскрывается ниже, где:

под ФС-0 понимаются открытые среды с различными механизмами распространения радиоволн в них (радиосвязь, радиорелейная связь, тропосферная связь, спутниковая связь, метеорная связь и др.), а также закрытые среды различных направляющих систем (проводные, кабельные, волоконно-оптические и др.);

под ФЭ-1 понимаются устройства, выполняющие определенные простые операции над входными сигналами на основе использования определенных физических явлений или закономерностей (резистор, емкость, индуктивность, диод, транзистор и др.);

под ФУ-2 понимается совокупность взаимосвязанных ФЭ, на основе согласованных действий, которых, над входными сигналами совершаются сложные операции (усилитель, фильтр, генератор, модулятор, операционный вычислитель и др.);

под ССП-3 понимается совокупность взаимоувязанных ФУ выполняющих операции преобразования входных информационных сигналов с целью согласования их с ФС (радиостанция, радиорелейная станция, тропосферная станция и др.);

под ОСП-4 понимается совокупность ССП и ФС, обеспечивающая обмен информационными сигналами (однозвенная радиолиния, интервал радиорелейной или тропосферной линии и др.);

под МСП-5 понимается последовательное соединение нескольких ОСП (радиорелейных линий, тропосферных линий, кабельных линий с радиорелейными вставками и др.), образующее информационную цепь;

под ТКН-6 понимают совокупность ОСП и МСП (информационных цепей) между двумя корреспондирующими пунктами управления (терминалами пунктов управления);

под ТКС-7 понимается совокупность ТКН, обеспечивающая информационную поддержку принятия решений в системе управления.

Основной услугой на УФ ЭМ ВОС, оказываемой для логических объектов звена данных (канального уровня), является обеспечение передачи и приема упорядоченного потока цифровой информации в виде сигналов электросвязи (побитовая) по физической среде (по «нулевому» уровню или уровню ФС-0) в результате обеспечения электрическими, механическими и функциональными характеристиками подключения. Для технической реализации этой основной услуги на УФ ЭМ ВОС, в настоящее время, разработано большое множество цифровых систем передачи (ЦСП) с возможностью работы по разного рода средам распространения и направляющим системам.

Так как физическая разнородность «нулевого» уровня не позволяет произвести унификацию линейного оборудования ЦСП и используемого математического аппарата для их моделирования, то проблема эффективного применения видов стыковых сигналов (линейных кодов) в рамках проводимых научных исследований на УФ ЭМ ВОС не рассматривается. Применяемые в ЦСП функциональные узлы строятся путем реализации в них различных фильтров, генераторов, линий задержки, искусственных линий, согласующих устройств и др. элементов ТКС ДН на УФ ЭМ ВОС, материальную основу которых в основном составляют наборы R , L и C составляющих в разных сочетаниях и количествах.

Рассмотренные выше 10-ть групп показателей качества изделия (элемента) предлагается использовать в качестве системы международных требований к реализации ТКС гражданского назначения (ГН). Эти требования должны предъявляться в виде соответствующих критериев и к проектируемым ТКС военного назначения (ВН), к которым дополнительно предъявляются требования исходя из необходимости реализации допустимых для телекоммуникационной системы ВН значений по 5-ти показателям ее наиболее существенных групп свойств (P_{C_i} , где $i=1, \dots, 5$ – порядковый номер группы свойств), которые одновременно являются 5-тью группами показателей качества, но только применительно к элементам телекоммуникационных систем ВН. Тогда применительно к телекоммуникационным системам ДН должны рассматриваться требования по качеству изделий гражданского назначения P_{K_i} [53, 54] и военного назначения P_{C_i} , но с учетом того, что 1-я группа показателей качества изделия P_{K_1} (назначения) будет изначально определяющей в процессе ранжирования всех оставшихся 14-ти показателей качества, а также с учетом показателей качества в ГОСТ В 20.57.102-77 [40].

Для каждой группы показателей качества изделия (элемента) ТКС ДН должен быть введен обоснованный весовой коэффициент с общей их суммой

$$P_K = \sum_{i=1}^{10} P_{K_i} = 1,0, \quad (2.1)$$

что позволит производить сравнение различные элементов между собой, используя соответствующие численные значения из технических условий на изготовление в процессе выбора наиболее конкурентно способного из них по величинам определенных показателей [53, 55, 56, 57].

Каждый из 10 групп показателей качества может подразделяться на более детальные показатели. Например, группа показателей надежности P_{K_2} , подразделяется на показатели, характеризующие безотказность, ремонтпригодность, долговечность и др. с суммой весовых коэффициентов

$$P_{K_2} = \sum_{j=1}^J P_{K_{2,j}}, \quad (2.2)$$

где $j = 1, \dots, J$ - номер показателя в группе показателей надежности в порядке уменьшения весового коэффициента. При этом к управлению качеством необходимо подходить не только с административных позиций, но, в основном, с экономических позиций, так как в последние годы новые технологии в электронной промышленности оказались неспособными обеспечивать бездефектное производство без эволюции понятия «качество» в экономическую категорию [53].

В результате анализа целесообразности учета каждой из 10-ти групп показателей качества изделия (элемента) на подготовительном этапе к синтезу ТКС ДН в рамках УФ ЭМ ВОС установлено, что наряду с уже ранее обоснованной для учета группой показателей качества $П_{K_1}$ (назначения, то есть элементов ТКС двойного назначения) надо было бы учитывать следующие группы показателей качества: надежности $П_{K_2}$; технологичности $П_{K_3}$; унификации и стандартизации $П_{K_4}$; патентно-правовые $П_{K_5}$; эргономические $П_{K_6}$; эстетические $П_{K_7}$; экологические $П_{K_{10}}$. Однако такие показатели качества, как назначения $П_{K_1}$, технологичности $П_{K_3}$, патентно-правовые $П_{K_5}$, эргономические $П_{K_6}$, эстетические $П_{K_7}$ и экологические $П_{K_{10}}$ трудно поддаются математическому моделированию, что делает неэффективным их рассмотрение в плане разработки единого ЛМА для анализа и синтеза элементов ТКС ДН, обеспечивающего повышение степени унификации их ММ на подготовительном этапе синтеза этих сетей в рамках УФ ЭМ ВОС. Следовательно, для экономической (стоимостной (C) или затратной) оценки учета увеличения качества продукции с позиции требований к изделиям ГН на подготовительном этапе к синтезу ТКС ДН в рамках УФ ЭМ ВОС может быть использовано следующее выражение:

$$\min C_{ГН} = f_1(\max A_{ММ}; П_{K_2}; П_{K_4}), \quad (2.3)$$

где $\max A_{ММ}$ - максимальная адекватность математических моделей элементов сети самим физическим образцам, то есть самим элементам и описываемым процессам в них.

Однако наряду с требованиями (2.3) должны рассматриваться аналогичные требования к элементам ТКС ДН, но только уже как основной составляющей системы связи военного назначения. В результате экспертной оценки установлено, что наряду с уже ранее обоснованной для учета группой показателей качества $П_{K_1}$ (назначения, то есть элементов ТКС двойного назначения), а так же надежности $П_{K_2}$, унификации и стандартизации $П_{K_4}$, реально на подготовительном этапе к синтезу ТКС ДН в рамках УФ ЭМ ВОС возможно реально учитывать в ММ только устойчивость $П_{C_2}$, характеризующуюся живучестью $П_{C_{2,1}}$ и технической надежностью $П_{C_{2,2}}$. Следовательно, для экономической (стоимостной (C) или затратной) оценки учета увеличения качества продукции с позиции требований к изделиям ВН на подготовительном этапе к синтезу ТКС ДН в рамках УФ ЭМ ВОС может быть использовано следующее выражение:

$$\min C_{ВН} = f_2(\max A_{ММ}; П_{C_{2,1}}; П_{C_{2,2}}; П_{C_4}). \quad (2.4)$$

где P_{C_4} - пропускная способность, которая соответствует базовому распределению канального ресурса без учета специфических требований, предъявляемых непосредственно на этапе системного проектирования (синтеза) ТКС ДН и может быть на этом этапе из ММ исключена, или учитываться, как структурно-поточковая надежность.

Полученные выражения (2.3) и (2.4) с позиции требований к изделиям ДН (одновременно ГН и ВН) на подготовительном этапе к синтезу ТКС ДН в рамках УФ ЭМ ВОС могут быть преобразованы к следующему общему виду для определения экономической (стоимостной (C) или затратной) оценки учета увеличения качества продукции ДН:

$$\min C_{ДН} = f_3(\max A_{ММ}; P_{K_2}; \max P_{K_4}; P_{C_{2,1}}; P_{C_{2,2}}), \quad (2.5)$$

где $\max P_{K_4}$ - максимизация степени унификации и стандартизации.

В формуле (2.5) дважды учитывается надежность, поэтому остановимся на сравнительном анализе двух понятий надежности (P_{K_2} и $P_{C_{2,2}}$) и выработке предложений по ее более точной оценке на подготовительном этапе к синтезу ТКС ДН в рамках УФ ЭМ ВОС.

2.2. Сравнительный анализ двух понятий надежности на подготовительном этапе к синтезу телекоммуникационных сетей двойного назначения

В соответствии с ГОСТ 27. 002-89 под надежностью P_{K_2} следует понимать – свойство объекта сохранять во времени в установленных пределах значения всех параметров, характеризующих способность выполнять требуемые функции в заданных режимах и условиях применения, технического обслуживания, хранения и транспортирования. При этом надежность является комплексным свойством, которое в зависимости от назначения объекта и условий его применения может включать безотказность, долговечность, ремонтпригодность и сохраняемость или определенные сочетания этих свойств. В этом же стандарте делается оговорка, что границ понятия «надежность» не изменяет следующее определение: надежность - свойство объекта сохранять во времени способность к выполнению требуемых функций в заданных режимах и условиях применения, технического обслуживания, хранения и транспортирования. Это определение применяют тогда, когда параметрическое описание нецелесообразно (например, для простейших объектов, работоспособность которых характеризуется по типу «да - нет»). Кроме этого, с позиции контроля качества изделия ВТ это определение звучит следующим образом: «Показатели надежности – показатели качества, характеризующие способность изделия ВТ сохранять значения эксплуата-

ционных показателей на определенном уровне в заданном интервале времени (наработки) при установленных условиях применения» [40].

В свою очередь, под надежностью $P_{C_{2,2}}$ принято понимать – способность системы военной связи обеспечивать связь, сохраняя во времени значения эксплуатационных показателей в заданных пределах и условиях.

На подготовительном этапе к синтезу ТКС ДН в рамках УФ ЭМ ВОС условия технического обслуживания, восстановления, ремонта, хранения и транспортирования в ММ нет возможности и необходимости учета, а вот соблюдение условия по сохраняю во времени значения эксплуатационных показателей, в пределах, соответствующих условиям войсковой эксплуатации, то есть сохранять во времени способность к выполнению требуемых функций в заданных режимах и условиях применения, остается актуальным условием даже на этом самом раннем этапе жизненного цикла ТКС ДН. С учетом перечисленных ограничений выразим показатель надежности для элементов (изделий) следующим образом: $P_{H_3} = P_{K_2}^* = P_{C_{2,2}}^*$, где знак «*» обозначает упрощение двух понятий надежности (P_{K_2} и $P_{C_{2,2}}$) с последующим их сведением к единому представлению. Однако такой подход к пониманию надежности не всегда оправдан. Так, при необходимости учета надежности для сетевых структур с высокой связностью чаще всего приходится переходить от понятия «надежность» к понятию «структурная надежность», выражая ее через коэффициент связности.

Для систем связи ВН со сложно-разветвленными структурами физический смысл коэффициента исправного действия (K_{II}) и среднего времени исправной работы в некоторой степени теряется, поскольку они в этом случае характеризуют множество возможных состояний направления связи, а именно – все состояния, когда на направлении связи имеется не менее одного работоспособного канала передачи. Для таких направлений связи K_{II} трактуется как вероятность того, что в любой произвольно выбранный момент времени на направлении связи может обеспечиваться хотя бы одна связь. После такого недостаточно обоснованного введения условия по обеспечению на направлении связи хотя бы одной связи, как правило, принято приводить общеизвестные выражения для расчета вероятностных значений применительно к последовательной и параллельной структурам с целью определения степени устойчивости направления связи, а как рассчитывать вероятности для структур с зависимыми путями ответа нет. При этом считается, что устойчивость направления связи является интегральной характеристикой, получаемой путем перемножения для каждого элемента пути коэффициентов исправного действия по живучести, надежности и помехоустойчивости, так как действия факторов, обуславливающих эти три составляющие, можно, по мнению специалистов, с достаточной степенью точности считать независимыми.

В соответствии с ГОСТ 27. 002-89 под живучестью понимают свойство объекта, состоящее в его способности противостоять развитию критических отказов из дефектов и повреждений при установленной системе технического обслуживания и ремонта, или свойство объекта сохранять ограниченную работоспособность при воздействиях, не предусмотренных условиями эксплуатации, или свойство объекта сохранять ограниченную работоспособность при наличии дефектов или повреждении определенного вида, а также при отказе некоторых компонентов.

В результате анализа приведенных выше определений для надежности и живучести можно сделать вывод о целесообразности использовать на подготовительном этапе к синтезу ТКС ДН в рамках УФ ЭМ ВОС понятие «структурная надежность», так как на этом этапе непосредственные внешние воздействия на сеть не рассматриваются, а оценка работоспособности элементов сводится к характеристике по типу «да – нет». В случае необходимости решение этой задачи может быть переведено от оценки структурной надежности к оценке структурной живучести, или к оценке структурной помехоустойчивости или к оценке структурной устойчивости, так как работоспособность оценивается по единому принципу «да – нет». Тем более, если для рассредоточенных на местности элементов структуры ЦПСС все составные части устойчивости взаимно коррелированные, то для в рамках сосредоточенных на местности элементов и функциональных узлов структуры ЦСП в основном проявляется единственная составляющая устойчивости – техническая надежность, основной из компонент которой является структурная надежность, так как на подготовительном этапе к синтезу ТКС ДН в рамках УФ ЭМ ВОС о функциональной надежности речи вести не приходится, а объектовая надежность зависит от надежности самих элементов и функциональных узлов ЦСП и закладывается заранее, в зависимости от реализуемой элементной базы в телекоммуникационных технологиях построения ЦПСС. Следовательно, для выбора единого подхода к оценке устойчивости ЦПСС с учетом наличия в ней рассредоточенных и сосредоточенных элементов на разных уровнях СФР целесообразно выбрать в качестве критерия оценки структурную надежность.

Формулируя задачу оценки структурной надежности (или структурной живучести, или структурной помехоустойчивости, или структурной устойчивости), нужно определить, какие из параметров наиболее важны. В ГОСТ 27. 002-89 для подобного случая определены следующие параметры: связность, пропускная способность, время восстановления связности или минимизация задержек. На подготовительном этапе к синтезу ТКС ДН в рамках УФ ЭМ ВОС возможно частично учитывать связность, пропускную способность и разработанные предложения по восстановлению связности в случае потери работоспособности элементами сети. Пропускная способность определяется за счет того, что для каждой корреспондирующей пары сетевых узлов (КПСУ)

$$Z = \{z_k; k=\overline{1, m}\}, \quad (2.6)$$

ставятся в соответствие потребности по образованию каналов передачи (потоков информации) V_{z_k} из множества

$$V = \{v_{z_k}; z_k \in Z\}, \quad (2.7)$$

с единицей k -го продукта в виде основного цифрового канала (ОЦК), то есть фактически, производится распределение канального ресурса на сети для всех КПСУ, но с учетом требуемых коэффициентов связности $k_{св}^{mp}$, где $k = \overline{1, m}$, которые и характеризуют параметр связности. Следовательно, функция для показателя структурно-потоковой надежности (СПН) будет выглядеть следующим образом:

$$\max P_{СПН} = f_4(\min C_{ДН}; \max R_{СПН}; k_{св}^{mp}, k = \overline{1, m}, z_k \in Z; v_{z_k} \in V), \quad (2.8)$$

где $\max R_{СПН}$ - максимальное резервирование наиболее значимых в плане обеспечения высокой структурной надежности (или структурной живучести, или структурной помехоустойчивости, или структурной устойчивости вообще) элементов ТКС ДН, например, за счет реализации на сети специальных схем обхода вышедших из строя ССП. Причем, учет коэффициента связности как числа независимых путей для КПСУ не всегда отражает реально СПН, так как СПН сети совсем иная из-за наличия большого числа зависимых на отдельных участках путей. Следовательно, разработанный ЛМА должен учитывать совместно с независимыми путями и наличие зависимых путей, что равноценно повышению структурной надежности ТКС ДН, за счет распределенного резервирования, где целью резервирования является – обеспечения или повышение безотказности сети в целом, то есть сохранение ее работоспособности, когда возник отказ одного или нескольких элементов [51,58,59].

Возвращаясь от оценки структурной надежности на подготовительном этапе к синтезу ТКС ДН в рамках УФ ЭМ ВОС к показателю надежности для изделий (элементов) P_{H_3} этой сети, следует отметить, что из-за сложности прямых вычислений многие исследователи ограничиваются лишь оценкой возможных границ надежности, так как на практике, даже используя самые быстродействующие электронные вычислительные машины (ЭВМ) оценить надежность сети с большим числом элементов становится сложным. Все это приводит инженеров-исследователей к поиску оценки нижней или верхней границы надежности, которые так же не так просто определяются. Следовательно, становится целесообразным проведения поиска возможного применения разработанного ЛМА для определения оценки нижней или верхней границы надежности в регулярных последовательно-параллельных (матричных) структурах [51, 60].

В качестве исходных данных для оценки P_{H_3} должны использоваться зна-

чения надежности отдельных узлов и каналов, вычисленные или измеренные с учетом тех факторов, влияние которых учитываются. В ряде случаев делаются предложения по распределению вероятностей отказов для сетевых элементов. С целью упрощения проблемы могут быть обоснованы предположения об установлении идентичности распределений или равенстве вероятности отказов для всех однородных узлов и их элементов.

Таким образом, в процессе расчета надежности для ТКС ДН могут вырабатываться рекомендации для уточнения ее топологической структуры с более высокой надежностью элементов P_{H_3} за счет резервирования отдельных физических элементов и узлов на первых двух уровнях СФР (ФЭ-1 и ФУ-2):

$$\max P_{H_3} = f_5(\min C_{СП}; \max R_{ФУ}), \quad (2.9)$$

где $\max R_{ФУ}$ - максимальное резервирование наиболее значимых и поддающихся наиболее эффективному схемно-техническому резерву функциональных узлов и составляющих их физических элементов на уровнях ФЭ-1 и ФУ-2. Кроме этого необходимо максимально и эффективно обеспечивать резервирование на уровне СПН и реализации на сети специальных схем обхода вышедших из строя СПП и линий передачи [61,...,67]. Что касается обобщенного выражения для учета максимального значения показателя надежности на подготовительном этапе к синтезу ТКС ДН в рамках УФ ЭМ ВОС, то она может быть представлено в виде записи, объединяющей функции (2.8) и (2.9):

$$\max P_{H_{ТКС}} = \max P_{СПН} \cup \max P_{H_3}. \quad (2.10)$$

2.3. Ранжирование наиболее значимых групп показателей качества для подготовительного этапа к синтезу телекоммуникационных сетей двойного назначения в рамках физического уровня ЭМ ВОС

Создаваемые человеком СЧМС и другие технические объекты управления (ОУ) в области электросвязи, в том числе и в области построения ТКС ДН, должны базироваться на единую систему стандартизации, которая строится на основе рядов предпочтительных чисел и пропорций. Эти ряды сформированы на основе недостаточно обоснованной в теоретическом плане геометрической прогрессии Шарлем Ренаром в 1877 – 1879 годах [68], что требует проведения дополнительных исследований на предмет научного доказательства целесообразности использования действующих рядов или рядов из разработанной новой и сверхновой систем предпочтительных чисел и пропорций (СПЧ и СПП), гармонирующих с математическими моделями для СЧМС и других ОУ [69,..., 74]. Подобного рода проблема созрела одновременно с возросшими требованиями к построению перспективных ТКС ДН на новом технологическом уровне, что повлекло за собой рост потребности всеобщей унификации и стандартизации

(P_{K_4}), включая каждый из уровней СФР (табл. 2.1).

В ГОСТ В 20.57.102-77 приведено следующее определение: «Показатели стандартизации и унификации - показатели качества, характеризующие уровень стандартизации, внутрипроектной и межпроектной унификации изделия ВТ» [40]. В этом стандарте делается оговорка о том, что показатели стандартизации и унификации оценивают в процессе проектирования, уточняют при проведении испытаний и окончательно устанавливают при утверждении образца изделия к серийному производству. При этом, в группу показателей стандартизации и унификации включены [40]:

коэффициент применяемости, который характеризует степень насыщенности изделия стандартными, унифицированными заимствованными и покупными составными частями;

коэффициент повторяемости, который характеризует степень унификации составных частей внутри изделия;

коэффициент межпроектной унификации, который характеризует степень сокращения номенклатуры составных частей нескольких изделий.

Следовательно, показатель качества P_{K_4} совместно с показателем надежности (2.10), становятся основными на подготовительном этапе к синтезу ТКС ДН в рамках УФ ЭМ ВОС. В тоже время ни один из этих двух основных показателей качества не может быть эффективно учтен в процессе практической реализации (строительства) ТКС ДН из-за недостаточной адекватности используемого для моделирования элементов этих сетей математического аппарата на каждый из уровней СФР (табл. 2.1), за исключением уровня ФЭ-1, который исключим из дальнейших исследований. Поэтому, более весомым показателем в сравнении с двумя основными группами показателей качества становится показатель максимальной адекватности математических моделей элементов сети самим физическим образцам, то есть самим элементам и описываемым процессам в них ($\max A_{MM}$).

Однако если учесть наличие в существующих ММ определенной сложности, избыточности и неточности при формализованном описании физических элементов ТКС ДН, а так же целесообразности применения разработанного ЛМА, то в постановочной части задачи исследования должен найти отражение показатель качества $\max A_{ЛМА}$. Этот показатель отражает степень максимальной адекватности ММ элементов сети самим физическим образцам, то есть самим элементам и описываемым процессам, где ММ базируются на ЛМА [2, 3, 47,48,51,58,59,60].

В процессе исследования такой группы показателей качества как унификация и стандартизация (P_{K_4}) ММ на подготовительном этапе к синтезу ТКС ДН в рамках УФ ЭМ ВОС могут вырабатываться рекомендации по эффективному применению математического аппарата в конкретных практических си-

туациях с учетом того, что

$$\begin{aligned} \max P_{K_4} &= \\ &= f_6(\min C_{ДН}; \max P_{\text{созл}_i}; \text{opt}P_{\text{абс}_i}; Y_{ВМ}; Y_{ФЭ}; Y_{ТКС}; Y_{СПЧ}), \quad (2.11) \end{aligned}$$

где: $\max P_{\text{созл}_i}$ – максимальное условие по согласованию уровней; $\text{opt}P_{\text{абс}_i}$ – уточненные (оптимальные) «абсолютные» уровни в электросвязи [47,48]; $Y_{ВМ}$ – унификация ММ для различных видов модуляции в теории НЛФ [47,58]; $Y_{ФЭ}$ – унификация на уровне ФЭ-1 и ФУ в теории ЛЭЦ [47,48,58,59]; $Y_{ТКС}$ – унификация на уровнях ССП-3 и ТКС-7; $Y_{СПЧ}$ – повышение степени унификации за счет использования разработанных более совершенных СПЧ и СПП [47,48,73]; $i = 1, 2, 3$, где, при $i = 1$ – уровни по мощности, при $i = 2$ – уровни по напряжению и при $i = 3$ – уровни по току.

Степень унификации на уровне ФЭ и ФУ ($Y_{ФЭ}$) может быть оценена с помощью коэффициента повторяемости $K_{\text{номт}}$, характеризующего степень унификации составных частей внутри изделия (элемента) ТКС ДН. В тоже время, унификация на уровнях ССП-3 и ТКС-7 ($Y_{ТКС}$) за счет насыщенности ССП и ТКС ДН стандартными, унифицированными заимствованными и покупными составными частями может быть оценена с помощью коэффициента применимости $K_{\text{прим}}$. Что касается использования для оценки степени унификации и стандартизации коэффициента межпроектной унификации K_{MV} , характеризующего степень сокращения номенклатуры составных частей нескольких изделий, то его целесообразно применять на заключительном этапе проектирования ТКС ДН.

На основе полученных результатов обоснования важности трех основных групп показателей качества для подготовительного этапа к синтезу ТКС ДН в рамках УФ ЭМ ВОС проведено ранжирование этих показателей с последующим определением весовых коэффициентов на основе экспертной оценки (табл. 2.2), с привлечением 10-ти специалистов, занимающихся системным проектированием ТКС ДН и их элементов. Математическая модель должна быть адекватной объекту исследования и концептуальной модели, давать возможность использовать строгие научные методы преобразования исходной информации в более достоверную и доступную информацию. Следовательно, на подготовительном этапе к синтезу ТКС ДН в рамках УФ ЭМ ВОС задача определения экономической (стоимостной (С) или затратной) оценки учета увеличения качества продукции ДН в формализованной записи сводится к следующему общему виду:

$$\min C_{ДН} = f_7(\max A_{ЛМА}; \max P_{НТКС}; \max P_{К_4}), \quad (2.12)$$

где содержательный смысл $\max P_{НТКС}$ отражен в выражениях (2.10) с составляющими в формулах (2.8) и (2.9), содержательный смысл $\max P_{К_4}$ отражен в формуле (2.11), а $\max A_{ЛМА}$ - максимальная адекватность ММ, базирующаяся на ЛМА, элементам и процессам ТКС ДН.

Таблица 2.2

Обозначения названий уровней СФР телекоммуникационных систем ДН	Весовые коэффициенты, полученные в процессе экспертной оценки для следующих групп показателей качества:				
	$\max A_{ММ}$	унификации и стандартизации ($P_{К_4}$)	надежности		Сумма весовых коэффициентов
			$P_{Н_3}$	$P_{СПН}$	
ФУ-2	0,5	0,2	0,3	-	1,0
ССП-3	0,5	0,2	0,3	-	1,0
ОСП-4	0,3	0,4	0,2	0,1	1,0
МСП-5	0,3	0,5		0,2	1,0
ТКН-6	0,6	0,2		0,2	1,0
ТКС-7	0,5	0,4		0,1	1,0
Среднее арифметическое	0,45	≈ 0,32	≈ 0,23		1,0

В выражении (2.12) не учитывается, то, что при создании любой транспортной сети необходимо не только оперативно обнаруживать, но и прогнозировать появление неисправностей, приводящим к отказу элементов. С учетом прогнозов необходимо закладывать в функциональные узлы избыточные элементы, то есть закладывать требуемый структурный резерв для повышения структурной надежности. Затем должна учитываться возможность создания системы контроля за исправностью элементов и узлов ТКС ДН и системы управления исполнительными устройствами по изменению структурных схем, а также переключением (заменой) неисправных элементов на исправные элементы. Отсюда следует, что «... проблемы обслуживания сети, в том числе создания соответствующей

щего комплекса контрольно-измерительной аппаратуры, приобретают перво-степенное значение» [75]. Тем более, оказывается, что «... нет ни одной сферы деятельности человека, где бы интенсивно не использовались результаты изме-рений. Примерно 15% затрат общественного труда расходуется на проведение измерений. По оценкам экспертов, от 3 до 9% валового национального продукта передовых индустриальных стран приходится на измерения и связанные с ними операциями» [76].

Следовательно, с учетом актуальности создания систем контроля и управле-ния для ТКС ДН выражение (2.12) следует дополнить еще одной значимой стоимостной составляющей – минимизацией затрат на подготовительном этапе к синтезу ТКС ДН в рамках УФ ЭМ ВОС при максимуме реализуемости кон-трольно-измерительных средств (КИС), то есть $\max R_{КИС}$, в создаваемой сис-теме управления этой сетью:

$$\min C^*_{ДН} = f_8(\max A_{ЛМА}; \max П_{Н_{ТКС}}; \max П_{К_4}; \max R_{КИС}). \quad (2.13)$$

Следствием получения (2.13) становится возможным уточнение выражения (2.11):

$$\begin{aligned} \max П_{К_4} = \\ = f_9(\min C^*_{ДН}; \max P_{созл_1}; \text{opt}P_{абс_1}; Y_{ВМ}; Y_{ФЭ}; Y_{ТКС}; Y_{СПЧ}); \end{aligned} \quad (2.14)$$

Итак, пусть правило «золотого» сечения венчает наши усилия в поисках оптимальных процедур поиска.

А.А. Первозванский

3. «Золотое» число и последовательность Фибоначчи в стандартизации и теории измерения

3.1. «Золотое» число и последовательность Фибоначчи в стандартизации

3.1.1. Системный анализ действующих в стандартизации систем предпочтительных чисел и пропорций

В процессе проектирования ТКС ДН важная роль отводится модульности размеров изделий, которые способствуют унификации, агрегированию и выполнению антропометрических требований (соответствующих СПЧ и СПП), принятых для всех областей промышленности и в капитальном строительстве этих сетей [59]. При этом возникает проблема в выборе и обосновании базовых размерностей. Известные немецкие ученые Э. Мушик и П. Мюллер по этому поводу отмечают следующее: «... субъективные оценки в проектно-конструкторских работах и промышленности часто присутствуют в неконтролируемой форме. Они проявляются в произвольных, зачастую лишь словесно описанных предложениях, которые, с одной стороны, нередко невыгодным образом ограничивают результат, а с другой, освобождают исследователя от анализа влияния различных факторов. Даже в стандартах встречаются такие субъективные установленные параметры, коэффициенты и допущения, не имеющие никакого серьезного обоснования. Иногда вопрос о правильности таких предположений всплывает через годы, и нет никакой возможности восстановить, на основе чего и как они были сформулированы ...» [77].

Гармоническая соразмерность природной среды человеку и пропорций человеческого тела создаваемым им искусственным объектам (архитектуры и предметной среды) наиболее полно отражена в «Модулоре» Ле Карбузье, имеющем системную взаимосвязь с «золотым» числом. По поводу реализации в материальном творчестве «Модулора» Ле Карбузье «золотого» числа в работе [78] авторы отмечают: «Поставленная им проблема упорядочения предметной среды с помощью гармонических рядов чисел приобретает сегодня особую актуальность, поскольку в действующих системах стандартов пока не затрагивается вопрос соразмерности и гармоничности предметов. Введение единой модульной системы в практику художественного проектирования облегчает решение многих задач, связанных с формообразованием изделий».

Наиболее часто в стандартизации используют ряды предпочтительных чисел, построенные на основе ГП, а иногда ряды чисел из арифметической прогрессии.

На основе ГП создают системы предпочтительных чисел, в основу которых положены: $3,15 \approx \pi$; $\sqrt[5]{10} \approx 1,6$ и т.д. Так, в работе [79] отмечается: «... для получения на фрезерном станке постоянной окружной скорости резанья фрезой необходимо, чтобы размерный ряд диаметров фрез составлял геометрическую прогрессию со знаменателем, равным знаменателю ряда числа оборотов станка. В науке и технике находят применение другие, кроме указанных, ряды характеристик, определяемые математическими константами.... Основанием таких рядов являются ... $\sqrt{2} = 1,414$, величина золотого сечения - $\frac{\sqrt{5}-1}{2} = 0,618...$ ».

Наряду с «Модулолом» Ле Карбузье, который построен по закону «золотой» ГП и чисел Фибоначчи, в качестве констант для стандартизации ученые предлагают:

инвариант «серебряного» числа $1,414... = \sqrt{2} = \sqrt{S}$;

число $\sqrt[5]{10} \approx 1,6$, которое очень близко к «золотому» числу $1,618... = \Phi$;

число $3,15 \approx \pi$, которое может быть заменено аналитическим выражением для «динамического» числа $\pi_0 = 4/\sqrt{\Phi} = 4\sqrt{\Phi} = 3,1446...$, находящегося ближе к $3,15$, чем $3,14159... = \pi$ [48, 58].

В данном случае наблюдается тенденция тяготения в выборе предпочтительных констант (СПЧ и СПП) для стандартизации в сторону учета «золотых» чисел и ГП.

Первая система предпочтительных чисел для стран СЭВ (СТ СЭВ 544-77) была создана на основе СПП и включала пять рядов (R), т.е. геометрических прогрессий: $R_5, R_{10}, R_{20}, R_{40}, R_{80}$, имеющих соответственно 5, 10, 20, 40, 80 членов и знаменателей прогрессий: $\sqrt[5]{10}, \sqrt[10]{10}, \sqrt[20]{10}, \sqrt[40]{10}, \sqrt[80]{10}$. Основы построения этой системы заключаются в следующем: какие бы размеры конструкций не получались в результате расчетов, в проекте они должны быть откорректированы (уменьшены или увеличены) так, чтобы совпадали с членами одного из рядов предпочтительных чисел. Предпочтение отдается рядам с меньшим числом членов. Самый большой ряд - R_{80} , содержащий 80 членов, а все остальные ряды строятся выборочно путем отбрасывания каждого второго члена из более дробного ряда [80].

Проведенный анализ основных принципов формирования действующей СПЧ показал их недостатки, которые существенно устраняются при реализации СПЧ на основе «золотого» числа [48, 58].

Анализ работ по основам теории стандартизации позволил установить факт отсутствия строго научных обоснований и доказательств в выборе знаменателей ГП, на основе которых сформирована действующая СПЧ [68, 79, 80, 81, 82].

Офицер французского инженерного корпуса Шарль Ренар (1877 г.-1879 г.) разработал спецификацию на хлопчатобумажные канаты для проектируемых воздушных шаров, для которой на уровне интуиции выбрал, а затем начал использовать знаменатель ГП $q = \sqrt[3]{10} \approx 1,6$, с помощью которого получил следующий числовой ряд:

$$1a - 1,5849a - 2,5119a - 3,9811a - 6,3096a - 10a, \quad (3.1)$$

где a - масса в граммах каната на 1 метр длины [68].

На основе предложенного без научного доказательства ряда чисел, были сформированы ряды ($R5$, $R10$, $R20$ и $R40$), вошедшие в 1953 г. в Международную рекомендацию по предпочтительным числам (ИСО/Р3) для разработки стандартов (в СССР ГОСТ 8032-56), но с округлением до второй значащей цифры для $R5$ и до третьей - для $R10$, $R20$ и $R40$. Кроме этого было принято: $a=10^k$, где k – любое целое положительное или отрицательное число, а также нуль.

В стандарте СТ СЭВ 544-77 был дополнительно введен пятый ряд $R80$ с $q=10^{1/80} \approx 1,02920$, а в СТ СЭВ 3961-83 и ГОСТ 8032-84 включен дополнительно шестой ряд $R160$ с $q=10^{1/160} \approx 1,01449$, но с округлением уже до четвертой значащей цифры.

С бездоказательностью введенной СПЧ с научных позиций ученые не могли смириться. Как следствие этого, в справочнике по инженерной психологии приводится следующее теоретическое обоснование для определения знаменателя ГП для базового ряда $R80$: «Наиболее частый ряд предпочтительных пропорций формируется по значениям отклонений (2-3%), не замечаемых глазом. Если строится ряд прямоугольников, одна из сторон которых будет последовательно увеличиваться в 1,02-1,03 раза, то разница в пропорциях соседних прямоугольников не замечается - они воспринимаются одинаковыми. Взяв за основу ряда 1,0 и увеличивая его последовательно на одну и ту же величину 0,02-0,03, получают плавно возрастающий ряд предпочтительных пропорций в виде ГП со знаменателем $K=1,02+1,03$. Такой же знаменатель $\sqrt[80]{10} = 1,02938 \approx 1,03$ имеет ряд $R80$, который и берется за основу соответствующего ряда предпочтительных пропорций $I780$ » [80].

Из приведенной выше цитаты следует, что ученым удалось «нащупать» путь к научному обоснованию СПЧ только через 100 лет после введения Шарлем Ренаром на интуитивном уровне ряда предпочтительных чисел типа $R5$. Однако примерно через 10 лет, как видно из ГОСТ 8032 - 84 (СТ СЭВ 3961-83), этот найденный путь теряется, так как придерживаясь принципа удвоения для введенного очередного ряда предпочтительных чисел разработчики стандарта вводят ряд $R160$ со знаменателем $q=10^{1/160} = 1,0144... \approx 1,014$.

Полученный знаменатель ГП выходит за пределы максимальной чувствительности для усредненного зрительного анализатора, так как $1,014 < 1,02$, а это значит, что отличие между двумя исследуемыми объектами в процессе их срав-

нения не будет воспринято глазом и как следствие в центральной нервной системе (ЦНС) на ритмах мозга не отразится. Но ведь для глаза человека с художественными наклонностями граница максимальной чувствительности между линейными размерами предмета смещается ближе к 1%, а не находится в диапазоне от 2% до 3%. Следовательно, расширение границ СПЧ за счет введения R160 необходимо считать целесообразным и закономерным.

К основным принципам формирования действующей СПЧ можно отнести:

1. Использование ГП типа $(10)^{1/n}$, где $n = 5, 10, 20, 40, 80$ и 160, образованных на основе числа «10» как символа десятичной системы счисления.

2. Формирование ряда R80 с учетом допустимого предела отклонений чувствительности глаза (2-3%).

Эти два принципа формирования действующей СПЧ, не выдерживают критики, так как $\sqrt[80]{10} \approx 1,029$ равносильно выбору в ГП для R80 шага приращения, близкого к минимальной чувствительности глаза к предельным отклонениям размеров ($\approx 3\%$), а для R160 - шаг приращения выходил за пределы максимально возможной средней чувствительности глаза ($< 2\%$).

Учитывая недостатки, обнаруженные в основных принципах формирования действующей СПЧ, возникает необходимость в разработке новых более совершенных СПЧ и СПП на основе наиболее часто проявляющейся в природе «золотой» ГП и чисел Фибоначчи.

Из математики известно, что можно образовать бесконечное число ГП, однако разработчики действующей СПЧ остановились на выборе в качестве базовой прогрессии $\sqrt[80]{10}$, которая находится достаточно близко к одной из возможных «золотых» ГП.

Обратим внимание на выдержку из справочника по инженерной психологии: «Ввиду того, что знаменатель самого редкого ряда $I75$ (R5), равный $\sqrt[5]{10} \approx 1,6$ с ошибкой, меньшей, чем 0,8% (практически не значимой для наблюдателя), может быть принят за известное отношение «золотого» сечения $\Phi=1,618\dots$ с соответствующим значением 8:5, то «золотое» сечение со всеми производными рядами отношений может считаться частным случаем системы предпочтительных пропорций по любому из рядов этой системы» [80].

А теперь проверим, соответствует ли это утверждение действительности.

Если $\sqrt[5]{10} \approx 1,584893\dots$ возвести во вторую степень, то получим $2,51\dots \approx \Phi^2 = 2,618$ с погрешностью $\approx 4\%$, а в точке $(\sqrt[5]{10})^4 = 6,31 \approx \Phi^4 = 6,854\dots$ погрешность резко возрастает до 8%. Разработчики ГОСТ 8032-84 очень близко подошли к решению данной проблемы в приводимых рядах линейных размеров (специальных рядов), полученных на основе «золотого» числа. Однако выйти за рамки действующей СПЧ они так и не решились. Следовательно, говорить о том, что «золотая» ГП является частным случаем действующей СПП или СПЧ

некорректно.

Что же заставило авторов книги [80] утверждать противное, то есть уверенно заявить о проявлении «золотого» числа в $R5$?

Ответ очевиден. Раскрывать тему художественного конструирования при наличии большого количества публикаций с примерами использования «золотого» числа и образованных на его основе ГП в различных областях науки и техники (архитектура, изобразительное искусство и т.д.) стало затруднительным без увязки с этим числом, так как авторитетные деятели науки и искусства этих авторов могли подвергнуть критике. Следовательно, они вынуждены были сделать подобную оговорку, но, к сожалению, без научного доказательства.

Например, разработчики ГОСТ 8032-84 пишут буквально следующее: «Прямоугольники «золотого сечения» позволяют разместить наибольший объем информации, они обладают максимальной эстетической ценностью и могут быть рекомендованы, например, для книг, картин, плакатов, линейных размеров различного рода экранов, панно, витрин, фасадов строительных сооружений и т.д.» [82]. В данном случае мы наблюдаем противоречие, когда ученые на словах сознательно восхваляют «золотое» число (сечение) за эстетичность, наибольшую информативность, а на деле продолжают развивать действующую СПЧ, в основу которой положена по их мнению менее эстетичная и менее информативная ГП. Но так как эстетичность в основном формируется с помощью зрительного анализатора и ЦНС, то после разработки новых СПЧ и СПП остановимся на взаимосвязи ЦНС с так называемой «сверхновой СПЧ» и анализе статистических данных по восприятию цвета человеком.

3.1.2. Разработка новых систем предпочтительных чисел и пропорций для опережающей стандартизации

Исследование восприятия человеком цвета показывает, что оно зависит от обстановки и определяется коэффициентами отражения основных цветов (табл. 3.1) [80].

Среднеарифметическим для светлого оттенка будет число 0,59, а для темного – 0,17. Тогда среднеарифметическим между темным и светлым оттенками будет $0,38 \approx 1/\Phi^2 = \bar{\Phi}^2 = 0,381$. Все это подтверждает взаимосвязь «золотого» числа с восприятием цветовых оттенков и целесообразность соблюдения в $R5$ закона ГП с базовым числом $\Phi=1,618\dots$

Для удобства проведения исследований ограничимся значением $\Phi^5=11,090\dots$, которое больше числа 10 и близко к нему. Тогда, с учетом обязательного включения «1» в каждую из прогрессий, $R5$ преобразуется в $R6$, $R10$ в $R11$ и т.д. Следовательно, $R6$ будет следующим:

$$R6: 1,0; \Phi; \Phi^2; \Phi^3; \Phi^4; \Phi^5. \quad (3.2)$$

Таблица 3.1

Цвет	Оттенок	
	светлый	темный
желтый	0,7	0,3
бежевый	0,65	0,25
коричневый	0,5	0,08
красный	0,35	0,1
зеленый	0,6	0,12
синий	0,5	0,05
голубой	0,55	0,25
белый	0,85	0,00
серый	0,6	0,2

Сформируем ряд $R11$, поглощающий в себя (3.2):

$$R11: 1,0; \sqrt{\Phi}; \Phi; (\sqrt{\Phi})^3; \Phi^2; (\sqrt{\Phi})^5; \Phi^3; (\sqrt{\Phi})^7; \Phi^4; (\sqrt{\Phi})^9; \Phi^5. \quad (3.3)$$

Если продолжить использовать дальше предложенный выше порядок формирования «золотых» ГП, то получим их большое многообразие, а нам надо выбрать базовое множество, учитывающее значения отклонений размеров (2-3%) не замечаемые глазом.

Исследования показали, что этому требованию на границе 3 % больше всего удовлетворяет знаменатель «золотой» ГП $q_{18} = \Phi^{1/18} = 1,02709454... \approx 1,027094...$, так как на каждом шаге ГП $R91$ приращение будет соответствовать примерно 2,7 % и не превышает требуемых 3 %.

Следующий за q_{18} знаменатель ГП ($R181$) $q_{36} = \Phi^{1/36} = 1,0134... \approx 1,013$ приближается к 1,3 % > 1 % и тем самым может отражать предельно возможную максимальную чувствительность глаза человека. Ведь не случайно на основе q_{18} формируется знаменатель для ГП инвариантов ритмов мозга ($q_{12} = \Phi^{1/12} = 1,0401... = Z$) [48].

Взяв 1,0 за основу ряда, а 1,027094 в качестве базового числа (знаменателя) для формирования «золотой» ГП, получим ряд $R91$ с граничным значением $11,090 = \Phi^5$.

Анализ полученного ряда $R91$ показал, что отношения между соседними числами в нем более равномерны, чем в $R80$, где перепад достигает 3,6 % > 3 %. Если повысить точность с двух знаков до трех знаков после запятой, то отношение между соседними числами для $R91$ станет равномернее примерно в два раза. Но так как членами рядов из действующей СПЧ являются округленные члены ГП с относительной разностью между расчетными и округленными числами в пределах от +1,26% до -1,01% [83], то в новой СПЧ эти требования должны также выполняться.

Сравнительный анализ рядов $R80$ с $R91$, имеющих два знака после запятой, показал следующее:

а) в $R80$ в сравнении с $R91$ периодически накапливаются погрешности отклонения от постоянного значения отношения двух смежных членов ряда (от знаменателя ГП), которые корректируются в виде четырех колебательных процессов;

б) закономерность накопления погрешности отклонения от постоянного значения отношения двух смежных членов ряда (от знаменателя ГП) в $R91$ происходит очень медленно при возведении q_{18} даже в 90-ю степень, что дает возможность при необходимости расширить границы СПЧ по мере дальнейшего увеличения степени;

в) в $R91$ в сравнении с $R80$ округленные члены ГП с относительной разностью между расчетными и округленными числами находятся не только в пределах от +1,26% до -1,01% [83], но даже имеют значительный запас этой относительной разности, который в худшем случае достигает примерно 40% относительно верхней границы предельного значения (1,26%).

На основе базового $R91$ формируются другие ряды, которые могут быть записаны в виде следующих аналитических выражений:

$$\begin{aligned} &\text{для } R46 \\ &\Phi^{n/9}, n=0,1,2,\dots,45; \end{aligned} \quad (3.4)$$

для $R31$

$$\begin{aligned} &\Phi^{n/6}, n=0,1,2,\dots,30; \end{aligned} \quad (3.5)$$

для $R16$

$$\begin{aligned} &\Phi^{n/3}, n=0,1,2,\dots,15; \end{aligned} \quad (3.6)$$

для $R11$

$$\begin{aligned} &\Phi^{n/2}, n=0,1,2,\dots,10; \end{aligned} \quad (3.7)$$

для $R6$

$$\begin{aligned} &\Phi^{n/1}, n=0,1,2,\dots,5. \end{aligned} \quad (3.8)$$

Таким образом, полученная 7-рядная (7-уровневая) иерархия для СПЧ, обладает свойствами взаимной вложенности, и может быть использована для уточнения стандартов в различных областях проектирования искусственных объектов на основе перспективных технологий.

Применение СПЧ позволит использовать проявление закономерностей «золотых» ГП для образования параметрических рядов изделий проектируемого объекта, унифицировать и экономически рационально увязывать их между собой с целью выполнения основных требований к реализации технико-экономических характеристик.

Другими словами, с помощью СПЧ могут автономно регулироваться и выбираться, без дополнительных согласований между разработчиками составных частей сложной технической системы, массо-габаритные параметры изготавливаемой продукции и сооружаемых объектов, мощность, грузоподъемность и т.д. Немаловажная роль отводится СПЧ в области эргономики.

В настоящее время существуют результаты исследований по стандартизации в пищевой промышленности Республики Беларусь, которую предлагается осуществлять с использованием «золотого» числа, взяв за основу шведский стандарт «Гастро-норм». Система «Гастро-норм» одобрена Британским институтом стандартов и будучи универсальной, устанавливает размеры оборудования, функциональных емкостей, контейнеров и стеллажей. Считается, что в основу международных рядов предпочтительных чисел $R5$, $R10$, $R20$, $R40$, $R80$, $R160$ и модульных размеров системы «Гастро-норм» положено значение «золотого» числа, и его «производные» [84]. Однако механизмы реализации «золотого» числа в действующей СПЧ и системе «Гастро-норм» не раскрываются, так как исследования ведутся на уровне анализа и без конкретных предложений по совершенствованию стандартов на основе новой теоретической базы.

Следовательно, теоретически обоснованная новая «золотая» СПЧ [48] может быть в некоторой степени ответом на решение проблем, поднятых в работе [84].

Заложенный принцип формирования базового ряда $P80$ в СПП дает погрешность до 5% для отдельных пропорций в сравнении с соответствующими им числами из $R80$, что ставит под сомнение целесообразность их практического использования в высокоточных технологиях.

Если обратить внимание в работе [84] на модульные размеры системы «Гастро-норм», где в качестве пропорций берутся отношения трехзначных чисел, то можно заметить, что благодаря этому повышается точность приближения к числам действующей СПЧ. Однако отношения чисел в системе «Гастро-норм» значительно отличаются от «золотого» числа, так как «золотая» системность в подборе чисел строго не соблюдается.

Наиболее приемлемой для образования СПП из бесконечного множества «золотых» последовательностей может быть последовательность Фибоначчи. Это связано с ее обладанием наибольшей плотностью (количеством) чисел на фиксированном интервале в сравнении с другими последовательностями типа Фибоначчи-Люка [48].

Выберем трехзначное число «987» из последовательности Фибоначчи, имеющее максимальное значение в рамках тысячи, которое примем за числитель во всех дробных отношениях последовательности $P91$, образуемой из чисел $R91$. Узловыми точками $P91$ будут пропорции, образуемые с помощью знаменателей из чисел последовательности Фибоначчи меньших или равных числу «987» и ограниченного включительно числом, дающим граничную пропорцию $\Phi^5=11,09\dots$ в ряду $R91$, то есть когда:

$\frac{987}{987} = 1,0$; $\frac{987}{610} \approx \Phi$; $\frac{987}{377} \approx \Phi^2$; $\frac{987}{233} \approx \Phi^3$; $\frac{987}{144} \approx \Phi^4$ и $\frac{987}{89} \approx \Phi^5$, где все числа в дробях из последовательности Фибоначчи (89, 144, 233, 377, 610, 987). Остальные числа специально подобраны для получения наилучших приближений к СПЧ, а результаты их распределения в знаменателях дробей для $L91$ приведены в табл. 3.2.

Таблица 3.2

R91	П91	Погр. (R91- П91)	R91	П91	Погр. (R91- П91)	R91	П91	Погр. (R91- П91)
1	2	3	4	5	6	7	8	9
$q_{18}^0=1,00$	987/987	0						
$q_{18}^1=1,03$	987/961	0	$q_{18}^{31}=2,29$	987/431	0	$q_{18}^{61}=5,11$	987/193	0
$q_{18}^2=1,05$	987/936	0	$q_{18}^{32}=2,35$	987/420	0	$q_{18}^{62}=5,25$	987/188	0
$q_{18}^3=1,08$	987/911	0	$q_{18}^{33}=2,42$	987/408	0	$q_{18}^{63}=5,39$	987/183	0
$q_{18}^4=1,11$	987/887	0	$q_{18}^{34}=2,48$	987/398	0	$q_{18}^{64}=5,53$	987/178	-0,01
$q_{18}^5=1,14$	987/864	0	$q_{18}^{35}=2,55$	987/387	0	$q_{18}^{65}=5,68$	987/172	+0,01
$q_{18}^6=1,17$	987/840	0	$q_{18}^{36}=2,62$	987/377	0	$q_{18}^{66}=5,84$	987/169	0
$q_{18}^7=1,21$	987/819	0	$q_{18}^{37}=2,69$	987/367	0	$q_{18}^{67}=6,00$	987/164	-0,01
$q_{18}^8=1,24$	987/796	0	$q_{18}^{38}=2,76$	987/357	0	$q_{18}^{68}=6,16$	987/160	-0,01
$q_{18}^9=1,27$	987/776	0	$q_{18}^{39}=2,84$	987/349	0	$q_{18}^{69}=6,33$	987/156	0
$q_{18}^{10}=1,31$	987/756	0	$q_{18}^{40}=2,91$	987/339	0	$q_{18}^{70}=6,50$	987/152	+0,01
$q_{18}^{11}=1,34$	987/736	0	$q_{18}^{41}=2,99$	987/330	0	$q_{18}^{71}=6,67$	987/148	0
$q_{18}^{12}=1,38$	987/716	0	$q_{18}^{42}=3,07$	987/321	0	$q_{18}^{72}=6,85$	987/144	0
$q_{18}^{13}=1,42$	987/698	+0,01	$q_{18}^{43}=3,16$	987/312	0	$q_{18}^{73}=7,04$	987/140	-0,01
$q_{18}^{14}=1,45$	987/679	0	$q_{18}^{44}=3,24$	987/304	0	$q_{18}^{74}=7,23$	987/137	+0,02
$q_{18}^{15}=1,49$	987/661	0	$q_{18}^{45}=3,33$	987/296	0	$q_{18}^{75}=7,43$	987/133	+0,01
$q_{18}^{16}=1,53$	987/645	0	$q_{18}^{46}=3,42$	987/289	0	$q_{18}^{76}=7,63$	987/129	-0,02
$q_{18}^{17}=1,57$	987/627	0	$q_{18}^{47}=3,51$	987/281	0	$q_{18}^{77}=7,83$	987/126	0
$q_{18}^{18}=1,62$	987/610	0	$q_{18}^{48}=3,61$	987/273	0	$q_{18}^{78}=8,05$	987/123	+0,03
$q_{18}^{19}=1,66$	987/594	0	$q_{18}^{49}=3,71$	987/266	0	$q_{18}^{79}=8,26$	987/120	+0,03
$q_{18}^{20}=1,71$	987/578	0	$q_{18}^{50}=3,81$	987/259	0	$q_{18}^{80}=8,49$	987/116	-0,02
$q_{18}^{21}=1,75$	987/564	0	$q_{18}^{51}=3,91$	987/253	+0,01	$q_{18}^{81}=8,72$	987/113	-0,01
$q_{18}^{22}=1,80$	987/548	0	$q_{18}^{52}=4,01$	987/246	0	$q_{18}^{82}=8,95$	987/110	-0,02
$q_{18}^{23}=1,85$	987/534	0	$q_{18}^{53}=4,12$	987/239	+0,01	$q_{18}^{83}=9,20$	987/107	-0,02
$q_{18}^{24}=1,90$	987/519	0	$q_{18}^{54}=4,24$	987/233	0	$q_{18}^{84}=9,45$	987/104	-0,04
$q_{18}^{25}=1,95$	987/506	0	$q_{18}^{55}=4,35$	987/227	0	$q_{18}^{85}=9,70$	987/102	0,02
$q_{18}^{26}=2,00$	987/493	0	$q_{18}^{56}=4,47$	987/221	0	$q_{18}^{86}=9,97$	987/99	0
$q_{18}^{27}=2,06$	987/479	0	$q_{18}^{57}=4,59$	987/215	0	$q_{18}^{87}=10,23$	987/96	-0,05
$q_{18}^{28}=2,11$	987/467	0	$q_{18}^{58}=4,71$	987/210	+0,01	$q_{18}^{88}=10,51$	987/94	+0,01
$q_{18}^{29}=2,17$	987/454	0	$q_{18}^{59}=4,84$	987/204	0	$q_{18}^{89}=10,80$	987/92	+0,07
$q_{18}^{30}=2,23$	987/442	0	$q_{18}^{60}=4,97$	987/199	+0,01	$q_{18}^{90}=11,09$	987/89	0

Из табл. 3.2 видно, что для точности в 2 знака после запятой погрешность на интервале $1,0 \div \Phi^3$ практически отсутствует, на интервале $\Phi^3 \div \Phi^4$ имеют место

редкие отклонения, не более 0,25%, а на интервале $\Phi^4 \div \Phi^5$ – до 0,65%, что равноценно в худшем случае достижению примерно 100% сокращения запаса разности между расчетными и округленными числами, относительно верхней границы предельного значения (1,26%). Такие погрешности незначительны, однако в случае необходимости их уменьшения или полного исключения необходимо выбрать в качестве базового числа (числителя) другое число из последовательности Фибоначчи (большее чем «987») и проделать по отношению к нему ту же процедуру.

Общая структурная схема взаимосвязей пользователей с СПЧ и СПП, а также связи между двумя этими системами, приведены на рис. 5.1. Порядок пользования этими системами в основном не отличается от прежнего, за исключением, предлагается дополнительно ввести возможность учета процедуры выбора масштаба.

Предлагаемые СПЧ и СПП начинают отсчет численных значений с 1,0 в направлении их роста, т.е. производится своего рода «расширение» области чисел в пространственном представлении. Однако опыт исследований (проектирования) дает множество примеров, когда необходимо учитывать обратные соотношения и их обратный рост, т.е. «сжатие» пространства от единицы к нулю.

При формировании обратных значений для чисел из новой СПЧ, то есть для обратного базового ряда $\bar{R}91$, целесообразно использовать выражение

$$(\bar{q}_{18})^n = 1/q_{18}^n, \quad n = 0, 1, 2, \dots, 90. \quad (3.9)$$

В качестве примера покажем образовавшейся обратный ряд $\bar{R}11$:

$$1,0; \sqrt{\bar{\Phi}} \approx 0,786; \bar{\Phi} \approx 0,618; (\sqrt{\bar{\Phi}})^3 \approx 0,486; \bar{\Phi}^2 \approx 0,382;$$

$$(\sqrt{\bar{\Phi}})^5 \approx 0,3; \bar{\Phi}^3 \approx 0,236; (\sqrt{\bar{\Phi}})^7 \approx 0,186;$$

$$\bar{\Phi}^4 \approx 0,146; (\sqrt{\bar{\Phi}})^9 \approx 0,115; \bar{\Phi}^5 \approx 0,09,$$

из которого можно выделить $\bar{R}6$:

$$1,0; \bar{\Phi} \approx 0,618; \bar{\Phi}^2 \approx 0,382; \bar{\Phi}^3 \approx 0,236; \bar{\Phi}^4 \approx 0,146; \bar{\Phi}^5 \approx 0,09.$$

Аналогичным образом формируются обратные ряды: $\bar{R}16$, $\bar{R}31$, $\bar{R}46$, $\bar{R}91$ и $\bar{R}181$.

Формирование обратной СПП становится еще проще. Для этого в колонке «П91» (табл. 3.2) необходимо поменять в дробях местами числитель со знаменателем и произвести расчеты с округлением до 2-го знака после запятой. В результате образуется обратный базовый ряд $\bar{P}91$, из которого известным способом можно получить шесть рядов: $\bar{P}46$, $\bar{P}31$, $\bar{P}19$, $\bar{P}16$, $\bar{P}11$ и $\bar{P}6$.

Так, например, для $\bar{P}6$ получаем: $987/987=1,0$; $610/987 \approx 0,62 \approx \bar{\Phi}$;

$377/987 \approx 0,38 \approx \bar{\Phi}^{-2}$; $233/987 \approx 0,24 \approx \bar{\Phi}^{-3}$; $144/987 \approx 0,15 \approx \bar{\Phi}^{-4}$; $89/987 \approx 0,09 \approx \bar{\Phi}^{-5}$,
где числа в числителях и знаменателях из последовательности Фибоначчи.

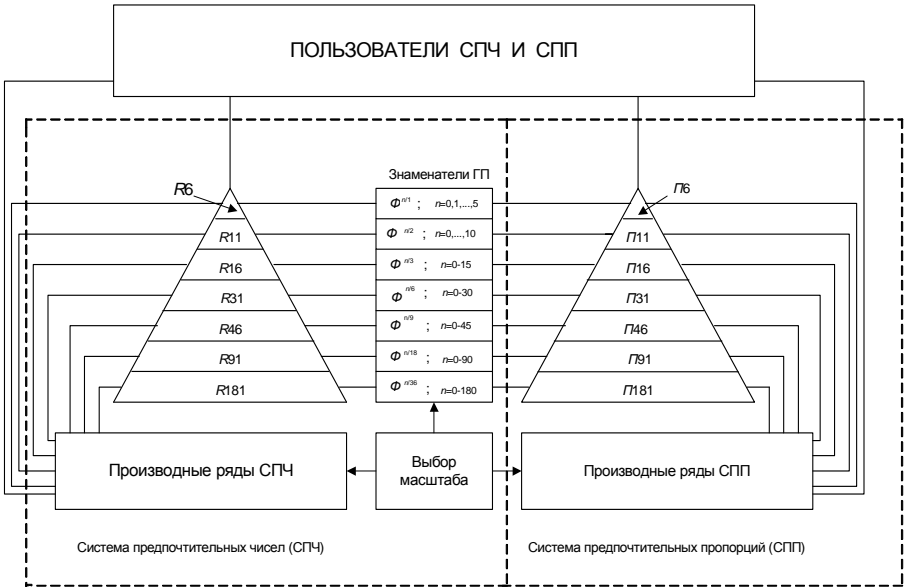


Рис. 3.1

Таким образом, СПЧ и СПП (рис. 3.1) могут быть расширены обратными системами, что делает их более совершенными для применения.

3.1.3. Разработка общей математической модели для сверхновой системы предпочтительных чисел

Разработанная новая СПЧ [48, 73] ограничена числом $11,090... = \bar{\Phi}^5$, размеры которого выбраны близко к числу «10», взятого за основу при формировании действующей СПЧ. Данное ограничение рядов сверху позволяет не только производить сравнительный анализ между действующей и новой СПЧ, но и обеспечивает их сопряжение на переходный период в процессе внедрения новой системы.

На самом деле, после истечения переходного периода, а при благоприятных условиях, минуя его, целесообразно перейти к сверхновой СПЧ, которая гармонична с новой СПЧ и является ее развитием в плане расширения границ в ширь для рядов R6, R11, R16, R31, R46, R91 и R181, а также в глубину для повышения их точности. Причем, сверхновая СПЧ описывается ММ, одновременно учитывающими закон формирования обратных значений этих чисел [69].

С учетом необходимости выполнения данных требований для сверхновой СПЧ, ее общая ММ имеет следующий вид [48, 59, 69, 73, 85]:

$$R_m = \Phi^{n/m}. \quad (3.10)$$

В случае, когда в формуле (3.10) $n = -N; -2; -1; 0; 1; 2; \dots; N$, то формируются следующие сверхновые ряды СПЧ:

а) при $m=1$ (расширение R6)

$$R_1 = \Phi^{n/1}, \quad (3.11)$$

т.е. $R_1: \dots; 0,381\dots; 0,618\dots; 1,0; 1,618\dots; 2,618\dots; \dots;$

б) при $m=2$ (расширение R11)

$$R_2 = \Phi^{n/2}, \quad (3.12)$$

т.е. $R_2: \dots; 0,618\dots; 0,786\dots; 1,0; 1,272\dots; 1,618\dots; \dots;$

в) при $m=3$ (расширение R16)

$$R_3 = \Phi^{n/3}, \quad (3.13)$$

т.е. $R_3: \dots; 0,725\dots; 0,851\dots; 1,0; 1,173\dots; 1,378\dots; \dots;$

г) при $m=6$ (расширение R31)

$$R_6 = \Phi^{n/6}, \quad (3.14)$$

т.е. $R_6: \dots; 0,851\dots; 0,922\dots; 1,0; 1,083\dots; 1,173\dots; \dots;$

д) при $m=9$ (расширение R46)

$$R_9 = \Phi^{n/9}, \quad (3.15)$$

т.е. $R_9: \dots; 0,898\dots; 0,947\dots; 1,0; 1,054\dots; 1,112\dots; \dots;$

е) при $m=18$ (расширение R91)

$$R_{18} = \Phi^{n/18}, \quad (3.16)$$

т.е. $R_{18}: \dots; 0,947\dots; 0,973\dots; 1,0; 1,027\dots; 1,054\dots; \dots;$

ж) при $m=36$ (расширение R181)

$$R_{36} = \Phi^{n/36}, \quad (3.17)$$

т.е. $R_{36}: \dots; 0,973\dots; 0,986\dots; 1,0; 1,013\dots; 1,027\dots; \dots.$

Для инвариантов ритмов мозга выражение (3.10) справедливо при $m=12$ и $n=5, 6, 7$ и 12 , хотя не исключено, что могут быть экспериментально обнаружены и другие ритмы при $n=1, 2, 3, 4, 8, 9, 10$ и 11 . Следовательно, формула (3.10) может быть использована для расширения сверхновой СПЧ за счет введения в ее состав дополнительного восьмого ряда

$$R_{12} = \Phi^{n/12}, \quad (3.18)$$

т.е. $R_{12}: \dots, 0,922\dots; 0,960\dots; 1,0; 1,040\dots; 1,083\dots; \dots$, где $n=-N; \dots; -2; -1; 0; 1; 2; \dots; N$.

Несмотря на то, что обосновано использование в сверхновой СПЧ, учитывающей ММ инвариантов ритмов мозга, всего лишь восьми рядов из выражения (3.10), при $m=1, 2, 3, 6, 9, 12, 18$ и 36 , в принципе, не исключена возможность

внедрения других рядов, при $m=4, 5, 7, 8, 10, 11, 13$ и т.д. Однако каждый случай дополнительного введения рядов в сверхновую СПЧ повлечет за собой проведение научных исследований для доказательства эстетической и экономической целесообразности подобного рода действий [72], что подтверждается на моделях зрительного восприятия человеком и разложения света на цвета.

3.1.4. Расширение сверхновой системы предпочтительных чисел за счет моделирования зрительного восприятия

Любая информационная система может быть рассмотрена с позиций целесообразности использования во благо человека и возможности наилучшего восприятия информации органами чувств, так как именно человек является конечным звеном (уровнем) ее многозвенной (многоуровневой) структуры. Однако оказывается, что, подражая биологическим системам, человек не в состоянии построить технические системы, преобладающие по своему восприятию информации природные образцы. Одновременное сочетание в биологических системах высокой пропускной способности информации, быстрей действия, надежности, малогабаритности и других качеств, в технических системах не всегда достижимо.

Изучение органов чувств человека для восприятия свойств внешнего мира и оптимального сопряжения с информационной технической системой не перестает быть актуальным и в настоящее время. В телекоммуникационных сетях, как подсистемах информационных систем, из всех видов ощущений предпочтение отдается зрению и слуху. Эти два чувства позволяют взаимодействовать с окружающей средой на значительных расстояниях из-за высокой чувствительности «дистантных» рецепторов (слуховых и зрительных).

Пространственная ограниченность видимости и слышимости побудила к поиску технических решений по созданию средств усиления чувствительности этих органов чувств, и увеличения дальности восприятия, а также транспортирования видео и аудио информации на огромные расстояния по каналам электросвязи.

Несмотря на особую значимость «дистантных» чувств в информационном обмене между людьми трудно себе представить нормальное функционирование ЦНС в условиях нарушения деятельности других органов чувств, каждый из которых дополняет друг друга с целью сохранения гомеостаза человека.

Взаимодействие человека с окружающей средой обитания через органы чувств вызывает у него зрительные (визуальные), слуховые, обонятельные и другие виды ощущений, создавая определенные ассоциации на уровне языковых терминов и понятий. Создаваемые ассоциации существенно зависят от состояния высшей нервной деятельности и динамики изменения психического состояния человека, то есть от его темперамента.

Взаимосвязь темпераментов с ритмами мозга и возможность их математического моделирования с использованием «золотой» ГП дают основание предположить о существовании взаимосвязи конкретного ритма мозга (темперамента) с доминирующим цветом из всей гаммы цветов в процессе визуального восприятия окружающего мира, а также с определенной тональностью, громкостью и быстротой речи [48, 58, 70, 71, 86, 87, 88].

Общеизвестно, что примерно от 70% до 90% информации из окружающего мира человек получает в процессе зрительного ощущения. Следовательно, очень важно знать о максимально возможном диапазоне чувствительности глаза к визуальному восприятию. Этот диапазон восприятия электромагнитных волн (частот) человеческим глазом принято называть «видимым спектром», границы которого неслучайны. Вариант обоснования этих границ кандидатом медицинских наук Г.Э. Бреславом звучит следующим образом: «Визуальная система человека идеально настроена на восприятие той части электромагнитного спектра, которая может быть видимой: лучи с более короткой (до 380 нм) длиной волны – ультрафиолетовые – разрушают химические вещества и убивают живые клетки. В принципе сетчатка глаза их принимает, но чтобы не пострадали те ткани глаза, которые ультрафиолетовое облучение обжигает Природа поставила на их защиту хрусталик: поглощая эти лучи, он служит своеобразным светофильтром. С другой стороны, восприятие инфракрасной части спектра (свыше 780 нм) ограничено температурой человеческого тела: если бы при температуре 37,0° инфракрасный свет был видим, мы бы видели только внутреннюю поверхность своего глаза. Дело в том, что глаз, как и всякое слабо нагретое тело, испускает лучи именно этой части спектра» [89].

И действительно, из физики известно, что слабо нагретое тело излучает темно-красный цвет, а по мере роста температуры в процессе его нагревания максимум интенсивности излучения смещается в область более коротких длин волн (больших частот), т. е. цвет свечения постепенно переходит от темно-красного к голубому цвету [90].

Приведенные выше значения нижней и верхней границ видимого диапазона длин волн для человеческого глаза могут быть представлены как антирезонансные длины волн в микрометрах (мкм) и нанометрах (нм)

$$\bar{\lambda}_n = 0,381... \text{мкм} = \bar{\Phi}^2 \text{ мкм} \approx 0,38 \text{ мкм} = 380 \text{ нм}, \quad (3.19)$$

$$\bar{\lambda}_g = 0,786... \text{мкм} = \bar{\Phi}^{-2} \text{ мкм} \approx 0,78 \text{ мкм} = 780 \text{ нм}. \quad (3.20)$$

В процессе эволюции человека, по всей видимости, не случайно был «выбран» этот диапазон с закруглением чувствительности зрения на длинах волн в «золотых» числах. Ведь многие из характеристик излучения энергии Солнцем описываются с их помощью. Следовательно, если человеческий глаз эволюционно защитился от восприятия света с характеристиками, измеряемыми «золотыми» числами, то, по всей видимости, должен быть запрет на базовое значение

длины волны в «золотых» числах, то есть может иметь место антирезонансная базовая длина волны

$$\bar{\lambda}_B = 0,618...мкм = \bar{\Phi} мкм. \quad (3.21)$$

Лауреат Нобелевской премии, американский нейрофизиолог Д. Хьюбел отмечает, что максимум излучения для раскаленного Солнца находится в области близкой к 600 нм [91].

Но, так как $\bar{\lambda}_B \approx 0,6 мкм = 600 нм$, то этот факт может служить подтверждением антирезонансности к световому ощущению человеческого зрения на базовой длине волны с целью обеспечения защиты от максимальной интенсивности излучения Солнца.

Так как нижней границей для красного участка из непрерывного спектра цветов есть $\bar{\lambda}_H^K \approx 620 нм$ [92], то это может быть еще одним фактом, подтверждающим антирезонансность базовой длины волны, так как

$$\bar{\lambda}_H^K = \bar{\lambda}_B = 0,618...мкм \approx 0,62 мкм = 620 нм. \quad (3.22)$$

Привязку теоретически полученной длины волны $\bar{\lambda}_B = \bar{\lambda}_H^K$ к реальному физическому стандарту целесообразно осуществлять с учетом изученных спектральных линий магнитных полей солнечных пятен, где предпочтение имеет измеренная Дж. Хейлом на обсерватории Маунт-Вилсон в течении 1908-1924 годов исключительная линия железа 0,6173348 мкм [93], которая примерно на 0,1% отличается от базовой длины волны.

Анализ полученных математических моделей (3.19),..., (3.22) для антирезонансных длин волн непрерывного спектра цветов позволяет произвести первичную обобщенную систематизацию, суть которой заключается в возможности условного разбиения всего диапазона видимого спектра

$$\Delta\lambda = \bar{\lambda}_B - \bar{\lambda}_H = \bar{\Phi}^{1/2} мкм - \bar{\Phi}^2 мкм = 0,404185...мкм \quad (3.23)$$

на два основных поддиапазона (верхний и нижний):

$$\Delta\lambda_B = \bar{\lambda}_B - \bar{\lambda}_B = \bar{\lambda}_B - \bar{\lambda}_H^K = \bar{\Phi}^{1/2} мкм - \bar{\Phi} мкм = 0,168117...мкм, \quad (3.24)$$

$$\Delta\lambda_H = \bar{\lambda}_B - \bar{\lambda}_H = \bar{\lambda}_H^K - \bar{\lambda}_H = \bar{\Phi} мкм - \bar{\Phi}^2 мкм = 0,236067...мкм = \bar{\Phi}^3 мкм. \quad (3.25)$$

Поддиапазон $\Delta\lambda_B$ находится в полном соответствии с красным участком спектра, что подтверждает особую значимость этого цвета в цветовосприятии человеческого глаза и возможности формирования следующих двух основных антирезонансных длин волн в поддиапазоне $\Delta\lambda_H$:

$$\begin{aligned} \bar{\lambda}_{H1} &= (\bar{\lambda}_H \cdot \bar{\lambda}_H^K)^{1/2} = (\bar{\Phi}^2 \cdot \bar{\Phi})^{1/2} мкм = \bar{\Phi}^{3/2} мкм = \\ &= 0,485868... мкм \approx 486 нм; \end{aligned} \quad (3.26)$$

$$\begin{aligned} \bar{\lambda}_{H2} &= (\bar{\lambda}_H \cdot \bar{\lambda}_B)^{1/2} = (\bar{\Phi}^2 \cdot \bar{\Phi}^{1/2})^{1/2} мкм = \bar{\Phi}^{5/4} мкм = \\ &= 0,547980... мкм \approx 548 нм. \end{aligned} \quad (3.27)$$

Если проанализировать границы участков характерных цветов непрерывного спектра солнечного света [90], то становится очевидным соответствие $\bar{\lambda}_{H1}$ границе между длинами волн синего и голубого цветов, а $\bar{\lambda}_{H2}$ - между длинами волн зеленого и желто-зеленого цветов. Следовательно, участок между $\bar{\lambda}_{H1}$ и $\bar{\lambda}_{H2}$ соответствует зеленому и голубому цветам, а границей между ними будет:

$$\begin{aligned} \bar{\lambda}_{H3} &= (\bar{\lambda}_{H1} \cdot \bar{\lambda}_{H2})^{1/2} = (\bar{\Phi}^{3/2} \cdot \bar{\Phi}^{5/4})^{1/2} \text{ мкм} = \bar{\Phi}^{11/8} \text{ мкм} = \\ &= 0,515990 \text{ мкм} \approx 516 \text{ нм}. \end{aligned} \quad (3.28)$$

Несмотря на то, что нам удалось выделить диапазон длин волн для голубого цвета:

$$\Delta \lambda_{\Gamma} = \bar{\lambda}_{H3} - \bar{\lambda}_{H1} = \bar{\Phi}^{11/8} \text{ мкм} - \bar{\Phi}^{3/2} \text{ мкм} = 0,03012... \text{ мкм}, \quad (3.29)$$

а также наблюдать этот цвет, глядя на небеса, хочется отметить его отсутствие в «естественном цветовом круге» Гёте, с вершинами в равностороннем треугольнике желтого, синего и красного цветов. В описываемый эти вершины круг вписывается такой же равносторонний, но перевернутый треугольник, на вершинах которого размещаются составные цвета первой степени (зеленый, оранжевый и фиолетовый) [94].

Диапазон длин волн для зеленого цвета:

$$\Delta \lambda_3 = \bar{\lambda}_{H2} - \bar{\lambda}_{H3} = \bar{\Phi}^{5/4} \text{ мкм} - \bar{\Phi}^{11/8} \text{ мкм} = 0,03199... \text{ мкм}, \quad (3.30)$$

в соответствии с «естественным цветовым кругом» условно можно объединить с $\Delta \lambda_{\Gamma}$, так как эти два цвета (особенно зеленый) находятся в единстве и противоположны поддиапазону красного цвета в области наилучшего его восприятия человеческим глазом. Это умозаключение подтверждается врожденной потерей способности к одновременному различию красного и зеленого оттенков для первых двух типов нарушений цветоощущения [95].

Нижний поддиапазон $\Delta \lambda_{H}$ с помощью нижней ($\bar{\lambda}_H^K$) и верхней ($\bar{\lambda}_B^K = \bar{\lambda}_B$) антирезонансных длин волн красного цвета (верхнего поддиапазона) разбивается на три участка:

$$\text{а) } \Delta \lambda_1 = \bar{\lambda}_{H1} - \bar{\lambda}_H = \bar{\Phi}^{3/2} \text{ мкм} - \bar{\Phi}^2 \text{ мкм} = 0,10390... \text{ мкм}, \quad (3.31)$$

для синего и фиолетового цветов, с доминантой синего, так как с учетом граничной (антирезонансной) длины волны между этими цветами

$$\bar{\lambda}_{H4} = (\bar{\lambda}_H \cdot \bar{\lambda}_{H1})^{1/2} = (\bar{\Phi}^2 \cdot \bar{\Phi}^{3/2})^{1/2} \text{ мкм} = \bar{\Phi}^{7/4} \text{ мкм} = 0,43079... \text{ мкм}, \quad (3.32)$$

участок длин волн синего цвета

$$\Delta \lambda_C = \bar{\lambda}_{H1} - \bar{\lambda}_{H4} = \bar{\Phi}^{3/2} \text{ мкм} - \bar{\Phi}^{7/4} \text{ мкм} = 0,05507... \text{ мкм} \quad (3.33)$$

больше чем участок длин волн фиолетового цвета

$$\Delta \lambda_{\Phi} = \bar{\lambda}_{H4} - \bar{\lambda}_H = \bar{\Phi}^{7/4} \text{ мкм} - \bar{\Phi}^2 \text{ мкм} = 0,04882... \text{ мкм}; \quad (3.34)$$

$$\text{б) } \Delta\lambda_2 = \bar{\lambda}_{H2} - \bar{\lambda}_{H1} = \bar{\Phi}^{5/4} \text{ мкм} - \bar{\Phi}^{3/2} \text{ мкм} = 0,06211 \dots \text{ мкм} , \quad (3.35)$$

для зеленого (3.30) и голубого (3.29) цветов с доминантой зеленого, так как $\Delta\lambda_3 > \Delta\lambda_r$;

$$\text{в) } \Delta\lambda_3 = \bar{\lambda}_B - \bar{\lambda}_{H2} = \bar{\Phi} \text{ мкм} - \bar{\Phi}^{5/4} \text{ мкм} = 0,07005 \dots \text{ мкм} , \quad (3.36)$$

для желто-зеленого, желтого и оранжевого цветов с доминантой оранжевого над желто-зеленым и желтым вместе взятых, так как участок длин волн оранжевого цвета

$$\Delta\lambda_0 = \bar{\lambda}_B - \bar{\lambda}_{H5} = \bar{\Phi} \text{ мкм} - \bar{\Phi}^{9/8} \text{ мкм} = 0,03608 \dots \text{ мкм} , \quad (3.37)$$

где антирезонансная длина волны на границе между оранжевым и желтым цветами

$$\bar{\lambda}_{H5} = (\bar{\lambda}_{H2} \cdot \bar{\lambda}_B)^{1/2} = (\bar{\Phi}^{5/4} \cdot \bar{\Phi})^{1/2} \text{ мкм} = \bar{\Phi}^{9/8} \text{ мкм} = 0,58195 \dots \text{ мкм} , \quad (3.38)$$

больше общего участка длин волн с желтым оттенком.

Верхний поддиапазон длин волн $\Delta\lambda_B$ имеет основную антирезонансную длину волны

$$\begin{aligned} \bar{\lambda}_{B1} &= (\bar{\lambda}_B \cdot \bar{\lambda}_B)^{1/2} = (\bar{\Phi} \cdot \bar{\Phi}^{1/2})^{1/2} \text{ мкм} = \bar{\Phi}^{3/4} \text{ мкм} = \\ &= 0,697042 \dots \text{ мкм} \approx 697 \text{ нм} , \end{aligned} \quad (3.39)$$

которая позволяет образовать две полосы:

а) собственно, для красного цвета

$$\begin{aligned} \Delta\bar{\lambda}_{B1} = \Delta\lambda_K &= \bar{\lambda}_{B1} - \bar{\lambda}_B = \bar{\Phi}^{3/4} \text{ мкм} - \\ &- \bar{\Phi} \text{ мкм} = 0,079008 \dots \text{ мкм} ; \end{aligned} \quad (3.40)$$

б) для пурпурного цвета

$$\begin{aligned} \Delta\bar{\lambda}_{B2} = \Delta\lambda_{II} &= \bar{\lambda}_B - \bar{\lambda}_{B1} = \bar{\Phi}^{1/2} \text{ мкм} - \bar{\Phi}^{3/4} \text{ мкм} = \\ &= 0,089109 \dots \text{ мкм} . \end{aligned} \quad (3.41)$$

Для полученных полос длин волн в формулах (3.33),..., (3.36), (3.40) и (3.41) справедлива математическая запись

$$\frac{\Delta\lambda_{B2}}{\Delta\lambda_{B1}} = \frac{\Delta\lambda_{B1}}{\Delta\lambda_3} = \frac{\Delta\lambda_3}{\Delta\lambda_2} = \frac{\Delta\lambda_2}{\Delta\lambda_C} = \frac{\Delta\lambda_C}{\Delta\lambda_\Phi} = 1,127 \dots = \Phi^{1/4} , \quad (3.42)$$

которая представляет из себя «золотую» ГП со знаменателем $1,127 \dots = \Phi^{1/4}$, то есть нами выявлено проявление в природе еще одного из рядов в сверхновой СПЧ (3.10), при $m=4$:

$$R_4 = \Phi^{n/4} , \quad (3.43)$$

т.е. R_4 : ...; 0,786...; 0,886...; 1,0; 1,127...; 1,272...;

Следовательно, на ряду с (3.43) для определения граничных (антирезонансных) длин волн непрерывного спектра цветов в ММ необходимо учесть значение первого члена ГП (коэффициент масштабирования k_M)

$a_1 = 0,381... = \overline{\Phi}^2 = k_M$, то есть в результате получим «золотую» ГП:

$$a_n = a_1 \Phi^{(n-1)/4} = \overline{\Phi}^2 \cdot \Phi^{(n-1)/4} \text{ мкм}, n = 1, 2, \dots, 7, \quad (3.44)$$

где, при:

а) $n=1$ – между ультрафиолетовыми лучами и фиолетовым цветом

$$\overline{\lambda}_H = \overline{\Phi}^2 \cdot \Phi^{0/4} \text{ мкм} = 0,381966... = \overline{\Phi}^{8/4} \text{ мкм} = \overline{\Phi}^2 \text{ мкм}; \quad (3.45)$$

б) $n=2$ – между фиолетовым и синим цветами

$$\overline{\lambda}_{H4} = \overline{\Phi}^2 \cdot \Phi^{1/4} \text{ мкм} = 0,430795... \text{ мкм} = \overline{\Phi}^{7/4} \text{ мкм}; \quad (3.46)$$

в) $n=3$ – между синим и голубым цветами, т.е. между синим и зеленым диапазонами

$$\overline{\lambda}_{H1} = \overline{\Phi}^2 \cdot \Phi^{2/4} \text{ мкм} = 0,485868... \text{ мкм} = \overline{\Phi}^{6/4} \text{ мкм} = \overline{\Phi}^{3/2} \text{ мкм}; \quad (3.47)$$

г) $n=4$ – между зеленым и желто-зеленым цветами, т.е. между зеленым и желтым диапазонами

$$\overline{\lambda}_{H2} = \overline{\Phi}^2 \cdot \Phi^{3/4} \text{ мкм} = 0,547980... \text{ мкм} = \overline{\Phi}^{5/4} \text{ мкм}; \quad (3.48)$$

д) $n=5$ – между оранжевым (темно- или красно-желтым) и красным цветами, т.е. между желтым и красным диапазонами

$$\overline{\lambda}_B = \overline{\lambda}_H^K = \overline{\Phi}^2 \cdot \Phi^{4/4} \text{ мкм} = 0,618033... \text{ мкм} = \overline{\Phi}^{4/4} \text{ мкм} = \overline{\Phi} \text{ мкм}; \quad (3.49)$$

е) $n=6$ – между красным и пурпурным (темно- или ярко-красным) цветами

$$\overline{\lambda}_{B1} = \overline{\Phi}^2 \cdot \Phi^{5/4} \text{ мкм} = 0,697042... \text{ мкм} = \overline{\Phi}^{3/4} \text{ мкм}; \quad (3.50)$$

ж) $n=7$ – между пурпурным цветом и инфракрасными лучами

$$\overline{\lambda}_B = \overline{\Phi}^2 \cdot \Phi^{6/4} \text{ мкм} = 0,786151... \text{ мкм} = \overline{\Phi}^{2/4} \text{ мкм} = \overline{\Phi}^{1/2} \text{ мкм}. \quad (3.51)$$

Таким образом, с помощью (3.44) подтверждается факт возможного расширения рядов в сверхновой СПЧ (3.10) путем введения дополнительного ряда (3.43).

Для сравнительного анализа, в табл. 3.3 приведены общепринятая и вновь предлагаемая после расчетов градации цветов.

Если длины волн 528 нм [89] (или 530 нм [91]) и 567 нм [89] (или 560 нм [91]) находятся, в "зеленом" и "желтом" диапазонах (по новой градации), то 448 нм [89] (или 430 нм [91]) находится примерно на границе между фиолетовым и синим цветами. Следовательно, в более обобщенном виде, фиолетовый и синий цвета можно представить как "фиолетово-синий" цвет (диапазон длин волн) или "коротковолновым", верхний (красный) диапазон – как "красно-пурпурный" или "сверхдлинноволновый". Зеленый и голубой цвета целесообразно объединить в единый "зеленый" диапазон или "средневолновый", а оранжевый цвет объединить с цветами желтого оттенка в единый "желтый" диапазон или "длинноволновый".

Одной из проблем в процессе моделирования органов чувств и особенно зрения остается выяснение причины многократного перекодирования информационного сигнала по мере его прохождения к мозгу. По всей видимости, все это

происходит из-за эволюционного наслоения поочередно формирующихся видов чувств друг на друга через формирующиеся адаптивные "устройства сопряжения" которые можно рассматривать в качестве "трансформаторов" или "перекодирующих систем". Но так как эволюционному развитию в природе свойственно выбирать наиболее простые пути, то и ММ для описания этого развития также должны быть наиболее простыми.

Таблица 3.3

Предлагаемая градация цветов		Границы участков между антирезонансными длинами волн, мкм	Общепринятая градация цветов	
			наименование	границы, мкм
Нижняя	Фиолетовый	0,3819...– 0,4307...	Фиолетовый	0,38 – 0,435
	Синий	0,4307...– 0,4858...	Синий	0,435 – 0,48
	Зеленый	0,4858...– 0,5479...	Голубой	0,48 – 0,51
			Зеленый	0,51 – 0,55
	Желтый	0,5479...– 0,6180...	Желто-зеленый	0,55 – 0,575
			Желтый	0,575 – 0,585
			Оранжевый	0,585 – 0,62
Верхняя (красный)	Красный	0,6180...– 0,6970...	Красный	0,62 – 0,78
	Пурпурный	0,6970...– 0,7861...		

Если приведенная выше гипотеза имеет право на существование, то должен быть элементарный переход от длин волн (или частот) видимого света λ (или ν) к длинам волн (или частотам) слышимого звука λ_3 (или ν_3) со скоростями распространения, соответственно, в вакууме – $c=2,99792458 \cdot 10^8$ м/с и атмосфере,

при $t = 0^0$ С и нормальном давлении. Оказывается, что наиболее простой переход можно представить в следующем виде:

$$\frac{c}{c_3} = \frac{\lambda_3}{\lambda} \quad (3.52)$$

Так как скорости света и звука нам известны, а также известны длины волн (или частоты) видимого света, то с помощью формулы (3.52) произведены расчеты (табл. 3.4).

Таблица 3.4

Температура, t^0 , С	Длины волн, частоты и скорости				
	видимого света		слышимого звука		
	λ , мкм	ν , кГц	λ_3 , м	ν_3 , кГц	c_3 , м/с
+ 61,8	$\bar{\lambda}_n = 0,381... = \bar{\Phi}^2$	$7,848... \cdot 10^{11}$	0,311...	1,182...	368
	$\bar{\lambda}_g = 0,786... = \bar{\Phi}^{1/2}$	$3,813... \cdot 10^{11}$	0,640...	0,574...	
+ 38,2	$\bar{\lambda}_n = 0,381... = \bar{\Phi}^2$	$7,848... \cdot 10^{11}$	0,323...	1,094...	354
	$\bar{\lambda}_g = 0,786... = \bar{\Phi}^{1/2}$	$3,813... \cdot 10^{11}$	0,665...	0,531...	
+ 11,7	$\bar{\lambda}_n = 0,381... = \bar{\Phi}^2$	$7,848... \cdot 10^{11}$	0,338...	$\nu_{3(6)} = 1,0 = \bar{\Phi}^0$	338,4
	$\bar{\lambda}_g = 0,618... = \bar{\Phi}^1$	$4,850... \cdot 10^{11}$	0,547...	$\nu_{3(6)} = 0,618... = \bar{\Phi}^1$	
	$\bar{\lambda}_g = 0,786... = \bar{\Phi}^{1/2}$	$3,813... \cdot 10^{11}$	0,696...	$\nu_{3(6)} = 0,485... = \bar{\Phi}^{3/2}$	
0	$\bar{\lambda}_n = 0,381... = \bar{\Phi}^2$	$7,848... \cdot 10^{11}$	0,345...	0,959...	331,5
	$\bar{\lambda}_g = 0,618... = \bar{\Phi}^1$	$4,850... \cdot 10^{11}$	0,558...	0,593...	
	$\bar{\lambda}_g = 0,786... = \bar{\Phi}^{1/2}$	$3,813... \cdot 10^{11}$	0,710...	0,466...	
- 38,2	$\bar{\lambda}_n = 0,381... = \bar{\Phi}^2$	$7,848... \cdot 10^{11}$	0,370...	0,762...	295
	$\bar{\lambda}_g = 0,786... = \bar{\Phi}^{1/2}$	$3,813... \cdot 10^{11}$	0,762...	0,405...	
- 61,8	$\bar{\lambda}_n = 0,381... = \bar{\Phi}^2$	$7,848... \cdot 10^{11}$	0,388...	0,759...	309
	$\bar{\lambda}_g = 0,786... = \bar{\Phi}^{1/2}$	$3,813... \cdot 10^{11}$	0,798...	0,369...	

Из табл. 3.4 видно:

а) весь диапазон видимого света полностью "трансформировался" в диапазон слышимого звука не выходя за пределы $0,35 \div 1,2$ кГц при изменении температуры от "- $61,8^0$ С" до "+ $61,8^0$ С";

б) в качестве базовой температуры для окружающей человека атмосферы целесообразно принять температуру примерно равную $t_b = + 11,7^0$ С, т.к. в этих условиях "золотое" значение базовой длины волны видимого света $\lambda_B = 0,618... = \bar{\Phi}$ мкм "трансформируется" в аналогичное значение базовой частоты слышимого звука $\nu_{з(б)} = 0,618... = \bar{\Phi}$ кГц, а "золотые" значения $\bar{\lambda}_n = \bar{\Phi}^2$ мкм и $\bar{\lambda}_e = \bar{\Phi}^{1/2}$ мкм, соответственно, - в $\nu_{з(е)} = 1,0 = \bar{\Phi}^0$ кГц и $\bar{\lambda}_{з(н)} = \bar{\Phi}^{3/2}$ кГц;

в) все ноты второй октавы соответствуют диапазону частот от $\nu_{з(н)} = 0,485...$ кГц до $\nu_{з(в)} = 1$ кГц.

Таким образом, гипотеза по поводу эволюционного наслоения видов чувств подтверждается с помощью ММ (3.52), которая может быть использована, в комплексе с моделями для инвариантов ритмов мозга (3.18) и разложения света на цвета (3.44), для моделирования звена "человек" в СЧМС.

3.1.5. Примеры важности логически обоснованного и математически доказанного выбора коэффициентов масштабирования для совместного их использования с рядами сверхновой системы предпочтительных чисел

3.1.5.1. Пример доказательства нецелесообразности абсолютизации «Модулора» Ле Корбюзье и устранение нарушения гармоничности между красной и синей шкалой

Приведенные А.В. Радзюкевичем доказательства наличия нарушений антропометричности «Модулора» Ле Корбюзье справедливы [96]. Основной причиной уязвимости со стороны критиков гениальной идеи Ле Корбюзье о строительстве искусственных систем на базе «золотых» модулей является, по моему мнению, неудачная попытка увязать «золотые» шкалы «Модулора» с ростом человека в футах ($1ft=0,304880...м$) с наиболее близким среднестатистическим значением в целочисленном виде. Ле Корбюзье отказался от принятых ранее за средний рост человека $1,75м$ («Модулар - 1») и взял $6ft \approx 1,8288м$. Что касается положительного отзыва А. Энштейна по случаю создания «Модулора», который считал, что этот инструмент есть «... гамма пропорций, которая делает плохое трудным, а хорошее – легким» [97], то научное чутье великого ученого и

здесь не подвело. Идея использования «золотых» модулей при построении СЧМС ждет своего дальнейшего развития, но на новом по качеству уровне и без привязки «золотых» шкал к $6ft$.

Изображение человека, размеры которого взяты за основу пропорционирования «Модулора» Ле Корбюзье, настолько уродливо, что побудило известного специалиста в областях эстетики и стандартов Г.Б. Борисовского высказать свое особое мнение по этому поводу следующим образом: «Удивительно! Положить в основу пропорциональной системы не прекрасное человеческое тело, как это пытались сделать Поликлет – знаменитый греческий скульптор, Леонардо да Винчи, Дюрер, Цейзинг и другие, а пропорции уroda! Не менее удивительно то, что никто не заметил подобной несурзацы! И, тем не менее, основная идея, положенная в основу «Модулора», заслуживает внимания, поскольку она направлена на создание системы стандартов, связанных с размерами реальных вещей, и красивых пропорций» [97].

Следовательно, основная причина в выборе пропорций для человеческого тела архитектором Ле Корбюзье заключается не в привязке шкалы «Модулора» к росту человека в шести футах, а в чем то другом. Оказывается, что Ле Корбюзье в своем «Модулоре» реализовал две шкалы (красную и синюю). Каждая из двух шкал построена по закону «золотого» числа и может быть использована самостоятельно с заранее предсказуемым успехом. Однако как только попытаемся совместить эти две шкалы в процессе их использования, так сразу ощутим нарушение гармоничности в привязке анатомического строения человека. Чтобы найти объяснение этой причине, необходимо проверить совмещенный ряд на предмет равной пропорциональности между отношениями смежных чисел в ряду. Результаты проверки показали, что эти отношения колеблются в пределах от $1,236... = 2\bar{\Phi}$ до $1,309... = \Phi^2/2$, а это значит, что Ле Корбюзье ошибочно заложил в свой «Модулор» систематическую ошибку, выражающуюся в периодическом сжатии и растяжении междушкальных соотношений для смежных чисел. Эта ошибка выразилась в виде искажения пропорций человеческого тела, сделав его уродливым. Фактически каждая из двух шкал находится в полном соответствии с сверхновым рядом СПЧ (3.11) с коэффициентом масштабирования

$$k_M = 6ft / \Phi = 1,130... \quad (3.53)$$

Исследования показали, что для гармоничного обеспечения взаимосвязи между красной и синей шкалами, необходимо, чтобы отношения между смежными числами совмещенной шкалы находились с постоянным коэффициентом $1,272... = \Phi^{1/2}$. Только в этом соотношении между шкалами устраняются дефекты в периодическом сжатии и растяжении между шкалами. На самом деле, мы органически переходим к применению сверхнового ряда СПЧ (3.12). Приходится сожалеть о внесении систематической ошибки Ле Корбюзье при

строительстве многих объектов. В то же время, для устранения этой ошибки при проектировании объектов ТКС ДН с использованием «Модулора» Ле Корбюзье необходимо произвести коррекцию взаимного соотношения между шкалами с помощью следующего выражения:

$$M_m = \Phi^{m/2} 10^2; \quad m = 13, \dots, -18. \quad (3.54)$$

Фактически, выражение (3.54) является прообразом ограниченного с двух сторон сверхнового ряда СПЧ (3.12), а его составляющими частями будут следующие два ограниченные с двух сторон прообраза сверхнового ряда СПЧ (3.11) для красной ($M_n(кр)$) и синей ($M_n(син)$) шкал «Модулора» Ле Корбюзье:

$$M_n(кр) = \Phi^n 10^2; \quad n = 6, \dots, -9; \quad (3.55)$$

$$M_n(син) = \Phi^{(2n+1)/2} 10^2; \quad n = 6, \dots, -9. \quad (3.56)$$

Однако с учетом математического свойства (1.90) можно расширить шкалы «Модулора» до уровня, когда в (3.54)

$$\Phi^{m/2} = \Phi^{(m-2)/2} + \Phi^{(m-4)/2}; \quad m = 0, \pm 1, \dots, \pm M. \quad (3.57)$$

3.1.5.2. Примеры классификации границ неоднородных слоев атмосферы и циклов солнечной активности

Для обеспечения широкополосных передач сигналов в радиосвязи наиболее пригодным оказался диапазон ультракоротких волн с $0,01 \text{ м} < \lambda < 10 \text{ м}$. В этом диапазоне широкое распространение получила радиорелейная связь прямой видимости с развертыванием ретрансляционных станций через 30-50 км, что оказалось малоэффективным в эксплуатации и дорогостоящим при строительстве линий связи. В пятидесятых годах XX столетия во многих странах приступили к строительству тропосферных линий связи с установкой ретрансляционных станций примерно через 200 км, где для распространения сигналов начали использовать тропосферную часть атмосферы, простирающуюся над землей на высоте 8-18 км (в полярных и умеренных широтах 8-12 км) [99]. Дальнейшее исследование распространения сигналов через атмосферу с учетом изменения давления, температуры и влажности показало, что на более низких высотах возникают условия распространения аналогичные тропосфере. Так, оказалось целесообразным для расчетов тропосферных линий вводить характеристические высоты тропосферы с равномерным распределением по высоте кислорода 5,3 км, вносящим такое же ослабление, что и реальная тропосфера. Считается, что толщина слоя дождя, снега и града не превышает 2 км, а слоя тумана – 0,6 км [100].

Из-за воздействия ультрафиолетового и рентгеновского излучений Солнца, звезд и метеоров происходит ионизация верхних слоев атмосферы от 50 км до 1000 км. В силу различия масс составляющих газов и различия температурного режима на высоте атмосферы среда распространения сигналов становится слоисто-неоднородной, которую в процессе экспериментальных исследований условно разделили на следующие области (слои) [100]:

слой D – от 50 до 90 км;

слой E – от 90 до 150 км;

слой F1 – от 150 до 230 км;

слой F2 – от 230 до 400 км.

Плотность ионизирующего потока зависит от географических координат района, климатических условий и претерпевает регулярные суточные и сезонные изменения, в результате чего эти слои могут смещаться по высоте на 15-20 %. Эти проценты целесообразно принимать за максимально допустимую погрешность. Следовательно, возникает вопрос о возможности нахождения соответствующей этим слоям математической модели. Оказывается, очень хорошие приближения дает следующая геометрическая прогрессия:

$$\Phi_m = \overline{\Phi}^n 10^3 \text{ км}; \quad n = 15, \dots, 0; \quad m = 1, \dots, 16, \quad (3.58)$$

где Φ_m – m-й слой (область) в атмосфере, $\overline{\Phi} = 0,618\dots$ - обратное значение от "золотого" числа $1,618\dots = \Phi$, то есть $\overline{\Phi} = 1/\Phi$.

В табл. 3.5 приведены условные обозначения и границы неоднородных слоев атмосферы для сравнительного анализа между существующей и вновь полученной с помощью выражения (3.58) классификациями по электропроводности.

Из табл. 3.5 видно, что взаимная погрешность между границами слоев для существующей и новой классификациями находится в физически допустимых пределах (15-20 %), а строки для слоев Φ_2 , Φ_4 , Φ_9 и Φ_{15} могут быть заполнены после дополнительных экспериментальных исследований условий распространения радиосигналов в атмосфере и анализа ее химического состава. Но ведь плотность ионизирующего потока в верхних слоях атмосферы зависит не только от циклов малой размерности (суточных, месячных и сезонных), но и от циклов большой размерности, например, от циклов солнечной активности. Наиболее изученным из возможных циклов является 11-летний цикл солнечной активности, характеризуемой числом пятен на Солнце (числом Вольфа) и учитываемой в методиках расчета радиолиний и организации радиосвязи. Следовательно, более подробно остановимся на возможности уточнения перечня циклов солнечной активности с целью возможного уточнения дальнейших направлений исследования в этой области знаний.

Таблица 3.5

Классификация слоев атмосферы				Взаимная погрешность между границами слоев для существующей и новой классификации, %
существующая		новая		
обозначение (название)	верхняя граница, км	обозначение	верхняя граница, км	
туман	0,6	Φ_1	$\Phi^{-15} 10^3 \approx 0,7$	14,3
		Φ_2	$\Phi^{-14} 10^3 \approx 1,1$	
снег, дождь	2,0	Φ_3	$\Phi^{-13} 10^3 \approx 1,9$	5,3
		Φ_4	$\Phi^{-12} 10^3 \approx 3,1$	
кислород	5,3	Φ_5	$\Phi^{-11} 10^3 \approx 5,0$	6,0
тропосфера в полярных широтах	8,0	Φ_6	$\Phi^{-10} 10^3 \approx 8,1$	1,3
тропосфера в умеренных широтах	12,0	Φ_7	$\Phi^{-9} 10^3 \approx 13,1$	9,2
тропосфера в экваториальной зоне	18,0	Φ_8	$\Phi^{-8} 10^3 \approx 21,2$	17,7
		Φ_9	$\Phi^{-7} 10^3 \approx 34,4$	
начало слоя D	50,0	Φ_{10}	$\Phi^{-6} 10^3 \approx 55,7$	11,4
слой D	90,0	Φ_{11}	$\Phi^{-5} 10^3 \approx 90,1$	0,1
слой E	150,0	Φ_{12}	$\Phi^{-4} 10^3 \approx 145,8$	2,9
слой F1	230,0	Φ_{13}	$\Phi^{-3} 10^3 \approx 236,0$	2,6
слой F2	400,0	Φ_{14}	$\Phi^{-2} 10^3 \approx 381,9$	4,7
		Φ_{15}	$\Phi^{-1} 10^3 \approx 618,0$	
граница электропроводности	1000	Φ_{16}	$\Phi^0 10^3 = 1000$	0

Периодические процессы появления и развития на Солнце активных областей, характеризующихся выходом (излучением) на поверхность сильных магнитных полей, называются солнечными циклами [101]. Научно доказан факт существования наименьшего солнечного цикла близкого к 11-ти годам, а с учетом смены полярности магнитного поля Солнца – 22-летнего цикла. Эти два цикла считаются надежно установленными, однако периодически появляются публикации о возможном существовании более продолжительных циклов, например, 33-летних, 80–90-летних, 400-летних и 600-летних [102].

Так, Ю.И. Витинский пишет [102]: "... исследование так называемых кривых гистерезиса, связывающих точки соседних 11-летних циклов на диаграмме максимальное число Вольфа – длина цикла, привело к выделению 55-летнего цикла солнечных пятен, существование которого было заподозрено еще Вольфом ... В последние годы дополнительное убедительное свидетельство в пользу реальности 80–90-летнего цикла солнечных пятен было получено при анализе концентрации радиоуглерода в датированных образцах древесины." А далее, Ю.И. Витинский отмечает, что продолжительность "длинного" цикла составляет несколько столетий или близка к тысяче лет.

Ведя разговор о 11-летнем цикле, чаще всего подразумевается, что в уточненном виде он примерно равен 11,2 годам [101, 103], хотя в последнее время наблюдается тенденция к дальнейшему его уточнению в направлении уменьшения. Тот же Ю. И. Витинский в 1983г. пишет следующее [102]: "...период обращения Юпитера вокруг Солнца (11,7 года) поразительно близок к средней длине цикла солнечной активности (11,1 года), а длина и высота этого цикла изменяется со временем далеко не хаотически".

В приведенной цитате чувствуется влияние на автора выдвинутой Р. Вольфом гипотезы о зависимости солнечной активности от приливных и отливных воздействий планет Солнечной системы на Солнце. Но ведь И. Кеплер еще в начале XVII столетия увязывает планеты Солнечной системы с музыкальной гармонией через правильные геометрические тела, основанные на числе пять и их возникновении из "божественной" пропорции. Под "божественной" пропорцией подразумевалось "золотое" число, образуемое на основе чисел Фибоначчи. В книге И. Кеплера "О шестиугольных снежинках" (1611 г.) приводится пример формирования последовательности Фибоначчи и рассматривается возможность образования "золотого" числа [104], что подтверждает его глубокие математические познания накануне написания гениального труда "Гармония мира" (1619 г.). После подтверждения К.И. Домбровским [105] и К.П. Бутусовым [106] взаимосвязи "золотого" числа с основными параметрами Солнечной системы, идеи И. Кеплера приобрели еще большую научную и практическую ценность. Следовательно, если допустить о жизненной важности в природе чисел из последовательности Фибоначчи и проявлении "золотого" числа в моделях Солнечной системы и самого Солнца, то очень актуальным будет правильный вы-

бор уточненного значения 11-летнего цикла солнечной активности. Среднестатистическое значение этого коэффициента может быть представлено в виде члена "золотой" геометрической прогрессии

$$K=11,09\dots\text{года} = \Phi^5 \text{ года} \approx 11,1 \text{ года.} \quad (3.59)$$

Если умножать $K=\Phi^5$ года поочередно на числа из последовательности Фибоначчи $\{F_n\}$: 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, 89, 144, 233, ..., с соответствующим n -ым порядковым номером, то сформируется система циклов солнечной активности, которая в сравнении с предполагаемыми ранее циклами приведена в табл. 3.6, а общее выражение будет следующим:

$$\text{Ц}_n = K F_n = \Phi^5 F_n \text{ лет.} \quad (3.60)$$

Таблица 3.6

Ц _n	Система циклов солнечной активности		Взаимная погрешность между рассчитанными и предлагаемыми ранее циклами
	рассчитанная (в годах)	предлагаемая ранее	
Ц ₁	1К = 11,09... = 1Φ ⁵ ≈ 11	11-летний	Почти нет
	1К = 11,09... = 1Φ ⁵ ≈ 11	11-летний	Почти нет
Ц ₂	2К = 22,18... = 2Φ ⁵ ≈ 22	22-летний	Почти нет
Ц ₃	3К = 33,27... = 3Φ ⁵ ≈ 33	33-летний	Почти нет
Ц ₄	5К = 55,45... = 5Φ ⁵ ≈ 55	55-летний	Почти нет
Ц ₅	8К = 88,72... = 8Φ ⁵ ≈ 88-89	80-90-летний	В допустимых пределах
Ц ₆	13К = 144,17... = 13Φ ⁵ ≈ 144	144-летний	Почти нет
Ц ₇	21К = 232,89... = 21Φ ⁵ ≈ 233	240-летний	≈ 3%
Ц ₈	34К = 377,06... = 34Φ ⁵ ≈ 377	400-летний	≈ 6,1%
Ц ₉	55К = 609,95... = 55Φ ⁵ ≈ 610	600-летний	≈ 1,7%
Ц ₁₀	89К = 987,02... = 89Φ ⁵ ≈ 987	1000-летний	≈ 1,3%
Ц ₁₁	144К = 1596,9... = 144Φ ⁵ ≈ 1597	-	-
Ц ₁₂	233К = 2584,0... = 233Φ ⁵ ≈ 2584	-	-

Анализ полученных результатов (табл. 3.6) подтверждает их взаимосвязь с "золотым" числом и последовательностью Фибоначчи, которая характеризуется временем, как некой функцией от движения. Однако возникает вопрос. Какая первопричина этих взаимосвязей? Оказывается, что в трети вспышек на Солнце наблюдаются интенсивные выбросы (движения) вещества с параболической скоростью [103]

$$V_n = 618 \text{ км/с} \approx \overline{\Phi} \cdot 10^3 \text{ км/с}, \quad (3.61)$$

а средняя угловая скорость вращения Солнца

$$\Omega = 2,6 \cdot 10^{-6} \text{ с}^{-1} \approx 2,61 \dots 10^{-6} \text{ с}^{-1} = \Phi^2 10^{-6} \text{ с}^{-1}. \quad (3.62)$$

Таким образом, актуальность уточнения знаний о влиянии солнечной активности на состояние ионосферы и тропосферы неоспорима, так как точность ее прогнозов с учетом зависимости от сочетания циклов особо важна для обеспечения устойчивой радиосвязи, радиорелейной и тропосферной связей, безопасной навигации и спутниковой связи. Поэтому, подобного рода прогнозы могут позволить учитывать возможные нарушения связей и вести поиск наиболее приемлемых длин волн, мощностей передатчиков и чувствительности приемников, наиболее рациональных размеров антенно-фидерных устройств, а также более эффективного внедрения модульного принципа построения передающих систем в широком диапазоне радиочастот.

3.2. «Золотое» число и последовательности Фибоначчи-Люка в теории измерения

С какой стороны лучше подойти к рассмотрению проявления «золотого» числа и последовательностей Фибоначчи-Люка в теории измерения? Вопрос очень сложный, но подходы следует искать.

По всей видимости, исследование надо начинать с возможности в чистом виде определить факты проявления «золотого» числа в числовых значениях главных исторически важных единиц измерения для длин отрезков на этапе продолжения развития геометрии Евклида. Затем целесообразно остановиться на процессе взвешивания и месте в нем систем гирь с учетом и без учета вероятностных характеристик, то есть элементов статистики. При этом очень важно рассмотрение решения ряда задач поиска.

3.2.1. Взаимосвязь отдельных мер длины с «золотым» и «серебряным» числом

3.2.1.1. Проявление «золотого» и «серебряного» числа в древнерусских сажнях

Опираясь на перечень из 12-ти сажней, полученный архитектором А.А. Пелецким в результате исследования системы пропорционирования в древнерусской архитектуре [107] была построена таблица с отношениями между этими сажнями, где каждому из размеров соответствует следующее название: 284,8 см – городовая; 134,5 см – без названия (меньшая); 217,6 см – казенная; 176 см – народная; 142,4 см – малая; 230,4 см – греческая; 186,4 см – церковная; 150,8 см – простая; 244 см – великая; 197,4 см – царская; 159,7 см – кладочная; 258,4 см - без названия (большая). Допустимые отклонение от приведенных средних значений $\pm 1,5$ см. В таблице из общего количества 144 элементов, 12 диагональных единиц ("1"), половина (66) чисел больше за 1,0, а вторая половина (66) - меньше за 1,0, в которой числа по своему значению обратные первой половине. Следовательно, результаты исследования, проведенные с числами большими за 1,0, полностью распространяются на их обратные значения. Кроме того, оказывается, что в верхней части от единичной диагонали матрицы числа повторяются и имеют 10 значений, а в нижней части - 12 значений, то есть всего 22. Все эти числа, кроме "серебряного" числа $S=2$, являются "золотыми", причем Φ ("золотое" число 1,618...) и W ("золотой" вурф $1,309\dots = \Phi^2/2$) имеют место в обеих частях матрицы (в нижней и верхней), тем самым как бы связывают их между собой. Кроме Φ и W , особая роль во взаимосвязях отводится $S=2$, а так же минимальным числам в каждой из части матрицы: верхней части – $1,059\dots \approx (\Phi + 1/2)/2$; в нижней части – 1,102. В данной таблице наблюдаются проявления "золотого" и "серебряного" числа, как в отдельности, так и в процессе их взаимодействия ($1,236=2/\Phi$; $0,809=\Phi/2$; $0,6545=\Phi^2/4=W/2$; $1,528=2/W$; $1,059\dots \approx (\Phi + 1/2)/2$ и т.д.).

Часть из приведенных выше закономерностей была использована для построения так называемой "Русской матрицы" [107] (Φ ; $1,236\dots=2/\Phi$; $2,0=S$; $1,527\dots$ и $1,05946\dots$ в качестве базового числа). Однако к основам, определяющим базовый коэффициент, авторы [107] не приблизились.

Ведь не случайно А. А. Пелецкий вводит допустимое отклонение сажней аж на $\pm 1,5$ см, а авторы [107] не смотря на заранее заложенную погрешность после 2-го и 3-го знаков после запятой, исходя из анализа пропорций для сажней вводят требуемую точность для базового числа до 5-го знака после запятой. Тогда возникает вопрос о возможности получения точного значения базового числа.

Вернемся изначально к действующей СПЧ, в которой базовым числом есть $\sqrt[80]{10} \approx 1,0292$, а если возвести его в квадрат то получим $(\sqrt[80]{10})^2 \approx 1,05925$. Это

число очень близко к предлагаемому числу в [107], однако оно порождает большие погрешности в СПЧ. Ответ, какое число должно быть базовым в системе древнерусских сажень, заложен в самой системе и может быть вычислен с любой точностью на основе "золотого" и «серебряного» числа с помощью следующей формулы:

$$\frac{\Phi + \frac{1}{S}}{S} = \frac{1,618033988.. + 0,5}{2} = \frac{2,118033988..}{2} = 1,059016994.. \approx 1,059017. \quad (3.63)$$

После взятия квадратного корня из 1,059017 получим число 1,0290855 ≈ 1,0291, которое является базовым для системы сажень и позволяет определить степень линейного отклонения от "золотой" геометрической прогрессии, реализуемой в новой СПЧ.

Определив минимальный элемент для верхней части матрицы, исследуем на точность минимальное число 1,102 для нижней ее части относительно единичной диагонали.

Из-за сложности уточнения числа 1,102 непосредственно из матрицы, определяется изначально ГП, знаменателем которой есть число

$$\left(1 + \sqrt{\Phi} 20\right)^3 \approx 1,02459, \quad (3.64)$$

после возведения которого в 4-ю степень получим минимальное число для нижней части матрицы, то есть

$$\left(1 + \sqrt{\Phi} 20\right)^{12} = 1,1020478... \approx 1,102. \quad (3.65)$$

А теперь проверим какой погрешностью (Δ_C) обладает древнерусская система сажень относительно эталонного значения $B_1 \approx 1,02709$:

$$\Delta_C = B_1 - \sqrt{\left(1 + \sqrt{\Phi} 20\right)^3 \times \frac{\Phi + \frac{1}{2}}{2}} = 1,02709 - 1,02684 = 0,00025, \quad (3.66)$$

что соответствует 0,02434%.

Таким образом, из выражения (3.66) видна удивительно высокая точность древнерусской системы сажень. Однако это не значит, что древние народы пришли к такой точности оперируя минимальными базовыми числами. По всей видимости, они эволюционно и независимо подходили к созданию системы меры длины на основе среднестатистических данных о пропорциях человеческого тела и фактически строили ее "по своему образу и подобию", но не на микроуровне, а на макроуровне ощущения гармонии и представления о соизмеримости в окружающей природе.

Такая русская мера длины, как 1 верста=1,06 км, выражается через выведенный ранее с помощью выражения (3.63) коэффициент $1,059017 \approx 1,06$, имеющий непосредственную связь с системой древнерусских сажени. Так как русская миля равна 7 верстам, то и она является "золотой", но с увеличенным в 7 раз масштабом.

Наиболее популярной русской мерой веса считался 1пуд=16,3 кг \approx 10·Фкг с погрешностью в 0,74%, который переводится в фунты, а фунт в лоты, золотники и доли.

Однако пессимисты могут усомниться в соответствии действительности отдельных значений сажени, например, простой, великой, народной и казенной.

В работе [108] приводятся следующие размеры сажени, которыми оперировали народные зодчие при создании культурных сооружений с XI по XVII века: простая или прямая сажень, равная 152,76 см, а не 150,8 см как в [107];

великая косая сажень, равная 249,46 см, а не 244 см как в [107];

мерная или маховая сажень, равная 176,4 см, а не народная, которая равна 176,0 см в [107];

казенная или косая сажень, равная 216 см, а не 217,6 см как в [107].

Если мерная сажень находится в рамках предельного допуска по Пилецкому ($\pm 1,5$ см), то остальные 3 выходят за эти пределы. Казенная сажень дает погрешность 0,75%, великая косая при переходе к царской – 2,2% и простая при переходе от церковной – 1,3%. Следовательно, погрешности отклонений между приведенными сажнями значительны, но не превышают минимального значения чувствительности человеческого глаза к отклонениям размеров (до 3%), что ставит под сомнение о внезапном привнесении меры длины.

Таким образом, на основе используемых мер длины и веса наблюдается факт отдельного проявления "золотого" числа и допускается предположение о возможном его проникновении через "призмы" систем масштабирования во все области человеческого творчества.

Так, например, различие между разными нациями и национальностями при формировании научных и профессиональных коллективов по всей видимости могут учитываться по законам "золотого" числа ($\Phi=1,618\dots$) с целью решения проблемы их психологической совместимости. В качестве доказательства высказанного предположения приведем некоторые результаты исследований, которые получены при обработке материалов Карельской комплексной историко-архитектурной и этнографической экспедиции Министерства культуры КАССР в 1979 году.

Если тенденция к свободной структурной планировке поселений в угрофинских народов отличается от упорядоченной для русских поселений, то возникает вопрос о возможности количественного измерения этих качественных отличий через установление средневзвешенной степени регулярной планировочной структуры в горизонтальной плоскости[109]:

а) коэффициент отклонения азимута дома от перпендикуляра к дороге (для русских $\alpha_p=8,54^\circ$; для угро-финских $\alpha_{y-\phi}=13,77^\circ$)

$$k_\alpha = \alpha_{y-\phi} / \alpha_p = 13,77^\circ / 8,54^\circ = 1,6124... \approx \Phi, \quad (3.67)$$

с погрешностью относительно к Φ на 0,35%;

б) коэффициент отклонения расстояния от фасада дома до оси дороги от средней величины (для русских $C_p=6,35$ м; для угро-финских - $C_{y-\phi}=10,29$ м)

$$k_C = C_{y-\phi} / C_p = 10,29\text{ м} / 6,35\text{ м} = 1,620... \approx \Phi, \quad (3.68)$$

с погрешностью относительно к Φ на 0,12%.

На основе анализа результатов (3.67) и (3.68) можно сделать вывод о различной степени структурной регулярности поселений угро-финских и русских народов в рамках конкретного территориального региона, которая с точностью до 3-го знака после запятой соответствует "золотому" числу Φ . Динамика отклонений от этого числа может говорить о степени ассимиляции двух разных народов и как следствие – о их психологической совместимости, для учета этого фактора при формировании профессиональных коллективов из населения Карелии и сопредельных с ней областей. Подобная методика может быть уточнена применительно к различным регионам многонациональной России и использоваться в процессе профессионального отбора и комплектования профессиональных коллективов с учетом национально-психологических факторов.

3.2.1.2. Обоснование особой значимости числа 1,0590....

И так мы уже отмечали, что после взятия квадратного корня из числа 1,059017 получим число $1,0290855 \approx 1,0291$, которое является базовым для системы саженой и позволяет определить степень линейного отклонения от "золотой" геометрической прогрессии, реализуемой в новой СПЧ. Однако оказалось, что это число проявляется и в ряде других случаев, связанных с природой и органами чувств человека, на чем остановимся более подробно.

3.2.1.2.1. Обоснование основного резонансного коэффициента развития природных систем

Следует отметить, что сфера является только некой довольно близкой моделью истинной фигуры Земли и других планет Солнечной системы, так же как и их траектории движений, которые не могут быть окружностями. И действительно: «Неравномерное движение Солнца по эклиптике является следствием обращения Земли вокруг Солнца не по окружности, а по эллиптической орбите, из-за чего расстояние от Солнца и скорость движения Земли периодически из-

меняется в небольших пределах: чем Земля ближе к Солнцу, тем быстрее она движется...» [110].

Русский ученый Ф. Шуберг в 1859 г. доказал, что форма поверхности Земли представляет собой трехосный эллипсоид, который искажается из-за неравномерности плотности Земли. Эта неравномерность плотности приводит к отклонению силы тяжести от направления радиусов Земли. Последующие исследования привели к мнению, что форма Земли имеет наиболее сходство с кардиоидом (по Г. Н. Каттерфельду). Однако до сих пор «... неизвестно происхождение сердцевидной, полярно-антисимметричной формы Земли и полярной антисимметрии географической оболочки» [111], а расчеты основных размеров формы Земли ведутся по прежнему, так как за основу берутся так называемые «земные эллипсоиды».

Так, в 1980 г. рекомендован к применению XVII Генеральной Ассамблеи Международного геодезического и геофизического союза эллипсоид с большой осью примерно равной 12756,3 км и малой осью – 12713,5 км [111]. Следовательно, с учетом возможности проявления в природе «золотого» числа и неадекватности эллипсоиды истинной (кардиоидальной) форме Земли, предлагается ввести эквивалентное сердцевидной форме значение среднего диаметра шарообразной Земли, которое имеет взаимосвязь с размерами пирамиды Хеопса [112], постоянной «золотой» составляющей $\Phi^{1/2}$ для скорости света в вакууме [74, 86, 113], уточненными абсолютными уровнями в электросвязи [48, 114] и инвариантами ритмов человеческого мозга [48, 85, 86], то есть представим его через следующий эталонный размер диаметра Земли:

$$\begin{aligned} 12713,5 \text{ км} < d_s = 12720,196\dots = \\ = 10^4 \cdot \Phi^{1/2} \text{ км} < 12756,3 \text{ км}, \end{aligned} \quad (3.69)$$

откуда эталонный радиус Земли

$$r_s = d_s / 2 = 6360,098\dots \text{ км} = 10^4 \cdot \Phi^{1/2} / 2 \text{ км}. \quad (3.70)$$

Если учесть, что распространение волн в сферическом объеме (трехмерность пространства) происходит по закону «золотого» числа с максимумом излучаемой энергии в точках пучностей с четвертью волны, то возведем эту пропорцию в третью степень и разделим на четыре, то есть получим следующий основной резонансный коэффициент развития природных систем:

$$k_p = \frac{\Phi^3}{4} = 1,059016\dots \approx 1,059. \quad (3.71)$$

Для данного сферического объема, но при минимуме излучаемой энергии на половине волны, получим основной антирезонансный коэффициент:

$$k_{a/p} = \frac{\Phi^3}{2} = 2,118033\dots \approx 2,118. \quad (3.72)$$

В соответствии с результатами исследования К.И. Домбровского [59], планеты Солнечной системы расположены в анрезонансных местах, что приводит к мысли о существовании взаимосвязи поправочного коэффициента периода вращения Земли k_T с антирезонансным коэффициентом (3.72) и коэффициентом $\Phi^{1/2}$ в формуле (3.70), которая не противоречит третьему закону Кеплера, так как

$$k_T^2 = k_{a/p} \cdot \Phi^{1/2} = \frac{\Phi^{3/2}}{2} = 1,0290855\dots \quad (3.73)$$

откуда

$$k_T = \frac{\Phi^{3/4}}{\sqrt{2}} = 1,0144385\dots \quad (3.74)$$

Полученный в формуле (3.74) коэффициент k_T позволяет определить эталонное число суток солнечного года, т. к. он эквивалентен величине перехода от движения по окружности с периодом $2\pi=360^\circ$ к движению по эллиптической орбите в днях. Тогда эталонное число суток в солнечном году

$$N_{\text{э/Г}} = 360^\circ \cdot k_T = 365,19786\dots \text{сут}, \quad (3.75)$$

то есть всего примерно на 0,016 % меньше чем общепринятое число суток в сидерическом году (1 год \approx 365,256 суток). Тогда, эталонное ежесуточное смещение Солнца по эклиптике

$$\omega_s = 360^\circ / N_{\text{э/Г}} = 1/k_T = 0,985767\dots \quad (3.76)$$

которое примерно равно общепринятому в астрономических расчетах $\omega=0,986$ [110].

Приведенное в (3.75) эталонное число суток в году может быть использовано для сравнения с ним различных видов годов (тропический, сидерический и др.), а также для учета степени влияния на продолжительность солнечного года различных возмущений (периодические и вековые) [116] и трения Земли, так как «... средние солнечные сутки не являются в достаточной степени постоянными, но их продолжительность увеличивается на протяжении столетий, т. е. Земля вращается все медленнее. Речь идет о чрезвычайно малом, но поддающемся измерению эффекте, в основном обусловленном трением, которое действует при приливных движениях. Продолжительность суток увеличивается в результате на 0,0016 с в столетие, т. е. приблизительно на $5 \cdot 10^{-8}$ с в день» [117]. Расчеты показывают, что, например, сидерический год около 3200 лет тому назад соответствовал «золотому» значению $N_{\text{э/Г}}$ в формуле (3.75). Однако это не значит, что с полной уверенностью можно утверждать о постоянстве подобного суточного приращения, так как не исключено наличие периодической закономерности изменения продолжительности суток, связанной с периодом процессии $T_p \approx 25800$ лет [110], который с учетом

поправочного коэффициента для периода вращения Земли (3.74) может быть уточнен следующим образом:

$$T'_p \approx T_p \cdot k_T \approx 26180 \text{ лет} \approx \Phi^2 \cdot 10^4 \text{ лет}. \quad (3.77)$$

По всей видимости, неслучайно, возникают одинаковые условия видимости с периодами в 8, 13, 29 и 47 лет, соответственно, для Венеры, Меркурия, Сатурна и Марса [110], где 8 и 13 – числа Фибоначчи, а 29 и 47 – числа Люка. Кроме этого, каждое из солнечных и лунных затмений повторяется с периодичностью близкою к числу 18 из последовательности Люка, так как этот период примерно равен 18 лет 11 дней. Кроме этого, оказывается, что сидерический период обращения Венеры составляет $0,615 \approx 0,618 \dots = \Phi^{-1}$ земного года. Но если это ряд независимых случайных связей с «золотым» числом и числами Фибоначчи и Люка, то почему подобного рода связи в большом количестве невозможно обнаружить и увязать с другими числами?

3.2.1.2.2. Доказательство возможности моделирования темперированного строя с использованием основного резонансного коэффициента развития природных систем

В системах автоматизированного управления нашли широкое применение средства автоматики и телемеханики, где на начальном этапе их разработки в качестве низкочастотных устройств телемеханики использовались генераторы и избиратели, строящиеся на базе камертонов. Подобного рода устройства нашли также применение в часовой промышленности. В то же время, трудно себе представить возможность настройки ряда музыкальных инструментов без камертона, в результате которой учитывается не только требование к соответствию тональностей издаваемых ими звуков, но и степень соответствия темперированной гаммы физическому закону формирования собственной резонансной частоты колебаний стержня камертона. На основе огромного количества экспериментальных данных получена формула для вычисления собственной резонансной частоты, соответствующая используемой форме упругих колебаний стержня камертона:

$$\omega_0 = 0,1615 \frac{d}{l^2} \sqrt{\frac{E}{\gamma}}, \quad (3.78)$$

где d – толщина стержня, l – длина стержня, E – модуль упругости и γ – плотность материала камертона [118].

Поправочный коэффициент в правой части формулы (3.78) по своему значению всего лишь на 0,2 % отличается от десятой части обратного «золотого» числа, то есть

$$0,1615 \approx 0,6180 \dots \cdot 10^{-1} = \Phi^{-1} \cdot 10^{-1}. \quad (3.79)$$

Для аналитического выражения (3.78), полученного на основе обработки экспериментальных данных с допустимым температурным коэффициентом изменения частоты камертона 10^{-5} на 1°C и возможностью функционирования в диапазоне температур от -50°C до $+50^{\circ}\text{C}$, такой погрешностью можно пренебречь и записать следующую альтернативную формулу:

$$\omega_0 = \Phi^{-1} \cdot 10^{-1} \frac{d}{l^2} \sqrt{\frac{E}{\gamma}}. \quad (3.80)$$

Если камертон крепится к основанию своей средней точкой длины, то в струнных инструментах – крайними точками струн. Однако, несмотря на такую разность, общность закона формирования собственных резонансных частот сохраняется, что также подтверждается на примерах взаимодействия двух одно-массовых тел и двух однородных электрических колебательных контуров [48, 59, 119], а частоту колебаний струны всегда можно выразить через ее длину, радиус сечения, силу натяжения и плотность материала, используя формулу Мерсенна [120].

Еще Л. Эйлер, уточняя музыкальную гамму (1739 г.), обратил внимание на взаимосвязь между улучшением звучания аккорда и выбором меньших целых чисел в их отношениях при моделировании частот колебания струны. Темперированную шкалу впервые ввел органист А. Веркмейстер в 1691 году [120]. При этом до сих пор не удалось устранить следующих двух основных противоречия в требованиях к разделению октавы [121]:

частоты должны находиться в наиболее простых отношениях;

октава должна делиться на равные отношения между частотами, чтобы можно было играть одну и ту же мелодию в другом тоне.

Так, все интервалы с половиной тона в темперированной гамме на рояле выражаются геометрической прогрессией

$$2^{n/12}, n=0, \dots, 12, \quad (3.81)$$

со знаменателем

$$2^{1/12} = 1,059463 \dots \approx 1,059, \quad (3.82)$$

где каждый из членов ГП находится в очень близком приближении к отношениям малых целых чисел с погрешностью не превышающей 1%, так как $-0,91\% \leq \delta_n \leq +1,0\%$ (табл. 3.7).

Такое отклонение темперированной гаммы от чистого строя для слуха оказалось почти незаметным, из-за чего, ее используют для настройки рояля [121] несмотря на возможную недостаточность чистоты аккордов.

Таблица 3.7

Номер полутона интервала в октаве, $n=0, \dots, 12$	Названия полутоновых интервалов в октаве, взятые из [120, 121]	Отношение малых чисел	Член ГП (3.81)	Отличие между членами ГП и отношением малых чисел, $[\pm \delta_n]$
0	унисон	$1/1=1,0$	$2^{0/12}=1,0$	нет
1	хроматический полуто́н	$18/17=1,058\dots$	$2^{1/12}=1,059463\dots$	$\approx +0,06\%$
2	большой целый тон	$9/8=1,125$	$2^{2/12}=1,122462\dots$	$\approx -0,23\%$
3	малая терция	$6/5=1,2$	$2^{3/12}=1,189207\dots$	$\approx -0,91\%$
4	большая терция	$5/4=1,25$	$2^{4/12}=1,259921\dots$	$\approx +0,79\%$
5	кварта	$4/3=1,333\dots$	$2^{5/12}=1,334839\dots$	$\approx +0,11\%$
6	увеличенная кварта	$7/5=1,4$	$2^{6/12}=1,414213\dots$	$\approx +1,0\%$
7	квинта	$3/2=1,5$	$2^{7/12}=1,498307\dots$	$\approx -0,11\%$
8	малая секста	$8/5=1,6$	$2^{8/12}=1,587401\dots$	$\approx -0,79\%$
9	большая секста	$5/3=1,666\dots$	$2^{9/12}=1,681792\dots$	$\approx +0,91\%$
10	малая септима	$16/9=1,777\dots$	$2^{10/12}=1,781797\dots$	$\approx +0,23\%$
11	большая септима	$17/9=1,888\dots$	$2^{11/12}=1,887748\dots$	$\approx -0,06\%$
12	октава	$2/1=2,0$	$2^{12/12}=2,0$	нет

В настоящее время один из двенадцати полутонов увязывается со звуком камертона на частоте $f_k \approx 0,44 \cdot 10^3 \text{ кГц}$ (нота «ля» первой октавы). Выбор этой опорной частоты по всей видимости не случаен. Ведь принято увязывать первый крик младенца, появляющегося из утробы матери, с нотой «ля». Ряд специалистов считает, что этот крик очень важен для запуска всех механизмов организма младенца в едином ритме для новой среды обитания. Особенно актуальным есть механизм перестройки функционирования мозга, который до рождения выполнял функции по координации подсистем в процессе развития плода

с учетом нахождения в жидкости, «изолирующей» его от окружающей среды на Земле. Резкая смена среды обитания в момент рождения сопровождается своего рода стрессовым состоянием, который характеризуется переходом от дельта ритма мозга к гамма ритму с последующим уходом в область альфа ритма и чередованием с дельта ритмом. Но ведь инвариантом альфа ритма (покой) и гамма ритма (возбуждение) является коэффициент $k_\alpha = k_\gamma = 1,272... = \sqrt{\Phi}$, который может быть взят за некий эталон поддержания гомеостаза организма человека. Следовательно, учитывая наличие в природе простейших взаимных переходов, обеспечивающих защитные функции, предположим, что длина волны для «пусковой» ноты «ля» должна иметь связь с коэффициентами $k_\alpha = k_\gamma$ и размерами головы человека. Тогда, единственным наиболее простым переходом может быть:

$$\lambda_{\text{ля}} \approx \frac{1}{k_\alpha} = \frac{1}{k_\gamma} = \frac{1}{\sqrt{\Phi}} = 0,786... = \Phi^{-1/2} \text{ м.} \quad (3.83)$$

Исходя из среднестатистических размеров головы человека примем $\lambda_{\text{ля}}$ за константу, а в качестве базовой скорости звука в воздухе предлагается выбрать $v_{\text{ля}} = 346 \text{ м/с}$ для максимального значения комнатной температуры $t_{\text{ля}} \approx 25^0 \text{ C}$ [45].

Определим базовую частоту для звука «ля»:

$$f_{\text{ля}} \approx \frac{v_{\text{ля}}}{\lambda_{\text{ля}}} = \frac{346 \text{ м/с}}{0,786... \text{ м}} \approx 0,4402 \text{ кГц.} \quad (3.84)$$

Следует отметить, что, взяв $\lambda_{\text{ля}}$ за константу в размерах головы человека, не следует увязывать эти размеры и число 0,786... между собой в абсолютном виде. Из теории колебаний известен факт наличия максимальной амплитуды колебаний в точках, находящихся на расстояниях $\frac{1}{4}$ от концов закрепления струны. В данном случае мы наблюдаем эффект четвертьволновой вибрации (резонанса), а это значит, что размеры частей человеческого организма в каждом конкретном случае не обязательно должны совпадать с имеющей место длиной волны. Если в организме человека должен сыграть роль эффекта возбуждения максимум одной энергии при минимуме затрат другого вида энергии, то необходимо искать взаимосвязь с четвертьволновыми размерами частей тела человека, а в случае нежелательности возбуждения этих энергий, размеры не только не должны быть равны $\frac{1}{4}$ части длины волны, но и в исключительных защитных интересах могут быть равны $\frac{1}{2}$ длины волны.

По мнению композитора М. А. Муратаева «...темперированный строй выражает золотое сечение» [122], тогда с учетом соблюдения границ для 12-ти полутонов проведем выбор и обоснование знаменателя ГП в «золотых» числах. Этот

знаменатель (коэффициент) должен быть мало отличим от $2^{1/12} = 1,059463... \approx 1,059$.

Если учесть, что распространение звуковых волн происходит в сферическом объеме (трехмерность пространства) и по закону «золотого» числа, а максимум излучаемой энергии находится в точках пучностей с четвертью волны, то возведем «золотое» число в третью степень и разделим на четыре, в результате чего получим коэффициент

$$k_1 = \frac{\Phi^3}{4} = 1,059016... \approx 1,059 = k_p, \quad (3.85)$$

аналогичный k_p в (3.71), то есть опять получили коэффициент развития природных систем.

Из табл. 3.7 видно в 3 раза меньшее отличие k_1 от $18/17$, чем $2^{1/12}$, так как $\delta'_1 \approx 0,018\%$ для k_1 , а для $2^{1/12}$ отличие $\delta'_1 \approx 0,06\%$.

Тогда, на основе (3.85) представим формулу, позволяющую формировать частоты 1-ой октавы:

$$f_n = \Phi^2 \cdot k_1^{n/12} \cdot 10^2 \text{ Гц}, \quad n = 0, \dots, 12, \quad (3.86)$$

где $\Phi^2 = 2,618033...$ – «золотое» число в квадрате, характеризующее распространение волн в двумерном пространстве. Так, частота $f_9 \approx 438,6 \text{ Гц}$ очень близка к 440 Гц , так как отличается от него всего на $0,3\%$, что равносильно понижению температуры атмосферы всего на 2°C относительно $t_{\text{ля}} \approx 25^\circ\text{C}$.

Однако, если в выражение (3.86) вместо $k_1^{n/12}$ подставить традиционно используемое $2^{n/12}$, то получим

$$f'_n = \Phi^2 \cdot 2^{n/12} \cdot 10^2 \text{ Гц} = \Phi^S \cdot S^{n/12} \cdot 10^S \text{ Гц}, \quad n = 0, \dots, 12, \quad (3.87)$$

где $f'_9 \approx 440,2 \text{ Гц}$ находится в полном соответствии с рассчитанной по формуле (3.84) частотой $f_{\text{ля}} \approx 440,2 \text{ Гц}$, а $S=2$ – «серебряное» число [48, 59, 119].

Таким образом, несмотря на доказанную зависимость от «золотого» числа звучания камертона, инвариантов ритмов мозга [48], предполагаемой длины волны издаваемого младенцем крика в момент рождения и связанной с этой волной частоты для ноты «ля», следует отметить, что отклонение частоты камертона от 440 Гц даже на несколько процентов не сможет существенно отразиться на качестве звучания настраиваемого музыкального инструмента. В то же время, обоснование отдельными учеными необходимости уточнения частоты звука камертона с точностью до нескольких десятых или сотых процента, становится нецелесообразным. Подобная нецелесообразность справедлива и по отношению к предпринимаемым попыткам уточнения темперированного строя,

так как уменьшение температуры всего лишь на 2°С влечет за собой расстраивание опорной частоты камертона примерно на 1,6 Гц, а если учитывать изменение влажности и состава атмосферы, то сразу возникает сомнение в необходимости «гоняться» за точностью темперированной гаммы. Ведь не случайно много веков подряд музыкантов вполне устраивало отношение «простых» (малых) чисел при определении полутонных интервалов в октаве.

3.2.1.3. Взаимосвязь "золотых" шкал частот и длин волн со скоростью света в вакууме. Уточнение отдельных английских и древнеегипетских мер длины

Попытка систематизировать проявления «золотого» числа в различных природных процессах с одновременной увязкой со шкалой частот и шкалой длин волн, как правило, не приводит к положительным результатам. В то же время при решении этой задачи для отдельных классов природных явлений и для одной из шкал во многих случаях успех обеспечен. При этом оказывается, что эта увязка зависит от выбора соответствующей явлению единицы меры.

Взаимная увязка двух шкал (по частоте ν и по длине волны λ) с использованием известной формулы

$$\nu_1 = \frac{C_1}{\lambda_1} = \frac{2,997\,924\,58 \cdot 10^8 \text{ м/с}}{\lambda_1} \quad (3.88)$$

в «золотых» числах не получается, так как если длину волны задавать в виде «золотого» числа, то частота в численном виде к нему относиться не будет.

Совершенно противоположный эффект наблюдается в случае выражения скорости света не в метрах, а в английских футах, когда

$$\nu_2 = \frac{C_2}{\lambda_2} = \frac{9,835\,710\,564 \cdot 10^8 \text{ ft/c}}{\lambda_2}. \quad (3.89)$$

Если в формулу (3.89) вместо λ_2 подставлять числа из «золотой» геометрической прогрессии $\Phi^{n/2}$, где $n = \dots, -2, -1, 0, 1, 2, \dots$, используемой при формировании размеров для системы «золотых» пирамид [123], то соответствующая частота ν имеет незначительное отклонение от идеальных значений.

Ставить под сомнение истинность численного значения скорости света – занятие неблагодарное. Однако некоторые исторические факты заставляют сомневаться в незыблемости константы. Так, хорошо известный в научном мире

академик С. И. Вавилов (1950) писал [124]: «... скорость света измерялась много раз различными способами, астрономическими и земными. В настоящее время она известна с очень большой точностью. Для пространства, в котором нет вещества, она составляет 299 776 км в секунду. При этом за первые пять цифр можно поручиться полностью и только последняя, шестая цифра не достоверна». Оказывается, зря академик С. И. Вавилов ручался за первые пять цифр в скорости света, так как в результате создания единого эталона частоты-времени-длины скорость света была постулирована равной 299 792 458 м/с и вместо пятой цифры «7» появилась цифра «9», а за метр принята длина пути, проходимого в вакууме светом за 1/299 792 458 секунды [125].

Несмотря на отрицательный факт, нам ничего не остается делать, как «поверить» в неизбежность констант для скорости света, метра и секунды, используя их в качестве фундаментальных физических величин в ходе дальнейших научных исследований. В этом случае возникает соблазн уточнения ряда мер длины, которые способны отражать взаимосвязь между шкалами $Ш_\nu$ и $Ш_\lambda$ в «золотых» числах.

С резонансно-волновой точки зрения метрическая система слабо увязывается с «золотым» числом, чего не скажешь о трех других английских мерах длины. К их числу относятся наиболее древние английские меры длины: фут (*ft*), дюйм (*in*) и миля (*mile*). Все это в один момент устраняет причины для научных споров в пользу выбора единственных природных мер длины – английских, которые имеют непосредственную взаимосвязь с египетским «пирамидным» дюймом.

Для убедительности доводов наиболее уместной будет следующая цитата из работы Л. Зайдлера [126]: «Египтяне могли бы гордиться своим эталоном длины. Однако гордятся также и англичане, причем не только потому, что это их соотечественники Вайз и Пьяцци Смит участвовали в открытии. У них есть для этого более серьезная причина. Они установили, что «пирамидный локоть» делится на 25 «пирамидных» дюймов, а каждый из них всего на одну тысячную больше английского дюйма. Пьяцци Смит утверждает, что английская система мер была создана в древнейшие времена, что она «лучше всех на свете», и решительно выступает против введения в Англии метрической системы».

По аналогии с формулами (3.88) и (3.89) запишем выражения для скорости света в дюймах и милях:

а) в дюймах ($1in = 0,0254m$)

$$v_3 = \frac{C_3}{\lambda_3} = \frac{118,028\,5268 \cdot 10^8 in/c}{\lambda_3}, \quad (3.90)$$

б) в английских милях ($1mile = 1853,18m$)

$$v_4 = \frac{C_4}{\lambda_4} = \frac{0,001\,617\,719 \cdot 10^8 \text{ mile/c}}{\lambda_4} \quad (3.91)$$

Расчеты, проведенные с помощью формул (3.89), (3.90) и (3.91) для длин волн в «золотых» числах, позволили получить частоты ν_2 , ν_3 и ν_4 соответственно в «золотых» инвариантах с точностью до 5-го знака. Но так как мы ранее условились не подвергать сомнению значение скорости света в метрах, то будет нетрудно уточнить английские меры длины. Оказывается, что известные численные значения этих мер имеют незначительные отклонения от полученных расчетных значений:

а) для 1 фута – $E_\phi = 0,304\,880\,33\dots$ м с погрешностью, меньшей 0,03 % относительно 0,3048 м;

б) для 1 дюйма – $E_d = 0,025\,398\,82\dots$ м с погрешностью, меньшей 0,005 % относительно 0,0254 м;

в) для 1 мили – $E_m = 1852,819\,28\dots$ м с погрешностью, меньшей 0,02 % относительно 1853,18 м.

Соотношения между E_ϕ , E_d и E_m через «золотые» числа выражаются следующим образом:

$$E_m = \Phi^{15/4} \cdot 10^3 \cdot E_\phi; \quad E_\phi = \bar{\Phi}^{19/4} (\bar{\Phi} - 1/2) \cdot 10^3 \cdot E_d; \quad E_m = (\bar{\Phi}^2 - \bar{\Phi} / 2) \cdot 10^6 \cdot E_d.$$

С учетом уточненных величин для основных английских мер длины формулы (3.89), (3.90) и (3.91) в окончательном виде будут выглядеть следующим образом:

а) в уточненных футах ($1 \text{ ft} = 0,304\,880\,33\dots$ м)

$$\nu_2' = \frac{C_2'}{\lambda_2'} = \frac{9,833\,118\,8\dots \cdot 10^8 \text{ ft/c}}{\lambda_2'} \quad (3.92)$$

б) в уточненных дюймах ($1 \text{ in} = 0,025\,398\,82\dots$ м)

$$\nu_3' = \frac{C_3'}{\lambda_3'} = \frac{118,033\,988 \cdot 10^8 \text{ in/c}}{\lambda_3'} \quad (3.93)$$

в) в уточненных милях ($1 \text{ mile} = 1852,819\,28\dots$ м)

$$v'_4 = \frac{C'_4}{\lambda'_4} = \frac{0,001\,618\,039\,88 \cdot 10^8 \text{ mile/c}}{\lambda'_4} \quad (3.94)$$

Из полученных формул (3.92), (3.93) и (3.94) в явном виде не всегда можно заметить проявления «золотых» чисел, однако, они реально имеют место и выглядят следующим образом:

а) для скорости света в уточненных футах

$$C'_2 = \frac{C_1}{0,304\,880\,33\dots\text{м}} = 9,833\,118\,8\dots \cdot 10^8 \text{ ft/c} = \Phi^{19/4} \cdot 10^8 \text{ ft/c}; \quad (3.95)$$

б) для скорости света в уточненных дюймах

$$C'_3 = \frac{C_1}{0,025\,3988\dots\text{м}} = 0,118\,039\,88\dots \cdot 10^{11} \text{ in/c} = (\bar{\Phi} - 1/2) \cdot 10^{11} \text{ in/c}; \quad (3.96)$$

в) для скорости света в уточненных милях

$$C'_4 = \frac{C_1}{1852,81\,928\dots\text{м}} = 1,618\,033\,988\dots \cdot 10^5 \text{ mile/c} = \Phi \cdot 10^5 \text{ mile/c}. \quad (3.97)$$

Учитывая, что дюйм является 1/12 частью фута, а между футом и английской милей изначальный переход в целочисленном виде не закладывался, с целью упрощения исследования сконцентрируем внимание только на двух мерах длины – футах и милях, зная, что это не совсем правильно, так как в нашем случае $E_\Phi / E_\Delta = 12,003\,718\dots \approx 12$.

Так как скорость света, выраженная в уточненных английских мерах длины, находится в строгом соответствии с «золотыми» числами, то становится понятным, почему, задавая λ или ν в виде членов «золотой» геометрической прогрессии, с помощью формул (3.92), (3.94) формируются их «золотые» инварианты ν или λ . Другими словами, если на вход природной системы (например, пирамиды), работающей по закону «золотого» числа, поступает сигнал воздействия с «золотыми» параметрами (солнечное излучение), то на выходе этой системы будет реакция, соответствующая этим же «золотым» законам («эффект пирамиды»).

Анализируя размеры пирамиды Хеопса, Л. Зайдлер обращает внимание читателей на следующий факт [126]: «Не менее «таинственным» является и «святой

локоть», называемый также «пирамидным локтем» или «пирамидным метром». Это единица длины, применявшаяся при строительстве пирамиды. Длина его составляет 635,66 мм.

В метрах один «пирамидный» локоть будет составлять $E_{\text{пл}} = 0,63566\text{м} \approx 0,636\text{ м}$.

Все исследователи Великой пирамиды старались измерить (определить) в первую очередь длину стороны ее основания (b) и высоту (h). Так вот, если возьмем между ними отношение $h/b = 486\text{ft}/764\text{ft} = 0,636\ 125\dots$, то для него в идеальном случае будет справедлива следующая формула [123]:

$$E'_{\text{пл}} = h/b = \frac{\sqrt{\Phi}}{2} = 0,636\ 009\ 82\dots\text{м} \approx 0,636\text{ м}. \quad (3.98)$$

Если уточненное значение «пирамидного» локтя разделить на 25, то получим уточненное значение «пирамидного» дюйма $E'_{\text{пл}} = 0,025\ 440\dots\text{м}$.

Таким образом, взаимосвязь с «золотым» числом и скоростью света древнеегипетских, английских и древнерусских мер длины строго доказуема так же, как и доказывается подобная взаимосвязь наиболее древних мер массы с «золотым» числом, например, 1 талант (аттический) равен 26,2 кг, то есть $\Phi^2 \cdot 10\text{ кг} = 26,180\ 339\ 88\dots\text{кг} \approx 26,2\text{ кг}$ с пренебрежимо малой погрешностью 0,075 %.

3.2.2. Решение специальных задач поиска в теории измерения и место в них «золотого» числа

В процессе анализа и рационального планирования экспериментов, ремонта технику, работая на компьютере, подбирая по определенной тематике литературу и т. д., нам приходится решать задачи поиска, забывая, что в алгоритмах поиска заложены измерительные виды процедур (действий) уводящие нас из теории поиска в классическую теорию измерения, так как всегда можно для любой процедуры найти аналогию по измерению на отрезке или взвешиванию на весах.

Под поиском в узком смысле понимается движение к цели с определенной последовательностью действий, то есть стремление решить поставленную задачу, используя некий алгоритм действий.

Самым простым алгоритмом поиска является полный перебор возможных вариантов его достижения однако такой подход к поиску может оказаться наиболее трудоемким по затратам вычислительного и временного ресурсов.

В теоретическом плане очень часто проблемы поиска сводятся к исследованию тестов свободных от ошибок и со случайными ошибками, а также к поиску с проверками. При этом за основу берутся классические методы поиска экстремумов, на анализе возможности использования которых, остановимся более подробно. Кроме этого рассмотрим две специальные (неклассические) задачи оптимального поиска с использованием «золотого» числа.

3.2.2.1. Решение специальных задач поиска при использовании тестов свободных от ошибок на основе чисел Фибоначчи-Пойа и «металлических» чисел

В качестве одной из специальных задач остановимся на решении так называемой «медицинской проблемы поиска» [127], которая с помощью метода аналогий не только модифицирована к общему диагностическому контролю ФЭ, но и улучшается в плане расширения возможностей прогнозирования с учетом увеличения группируемых для тестирования элементов в системе. Эта специальная задача поиска относится к классу проблем поиска при использовании тестов свободных от ошибок.

Одно из двух возможных внутренних состояний исследуемой целостной системы обозначим через q . Тогда, если объединить два контролируемых сигнала о состоянии двух элементов в системе связи ($r=2$), а затем их проанализировать, то с вероятностью $q^2=(1-p)^2$ результаты анализа окажутся отрицательными, то есть элементы исправны при одном тесте ($N_1=1$). Если реакция положительная, то тестируется еще один элемент из двух, и если он исправен, то неисправный второй, следовательно, с вероятностью $p(1-p)$ достаточно всего двух тестов ($N_2=2$). Однако если при втором тестировании первый элемент оказался неисправен, то потребуются третье тестирование. Общая вероятность для трех тестов ($N_3=3$) составляет $p=1-q$, тогда их парето-оптимальное математическое ожидание при сравнении по одной шкале ($n=1$) определяется с помощью следующего выражения:

$$M^{Par}(2,1)=1(1-p)^2+2p(1-p)+3p=1-2p+p^2+2p-2p^2+3p=-p^2+3p+1. \quad (3.99)$$

Формула (3.99) в графическом виде представлена на рис. 3.2, где каждому количеству тестирований ($N=1, 2$ и 3) тождественно целочисленное математическое ожидание $M^{Par}(2,1)=1, 2$ и 3 , соответствующее, вероятностям $p=0$ (точка $B(0;1)$), $p=0,381966\dots=\overline{\phi}^{-2}$ (точка $A(\overline{\phi}^{-2};2)$) и $p=1$ (точка $C(1;3)$).

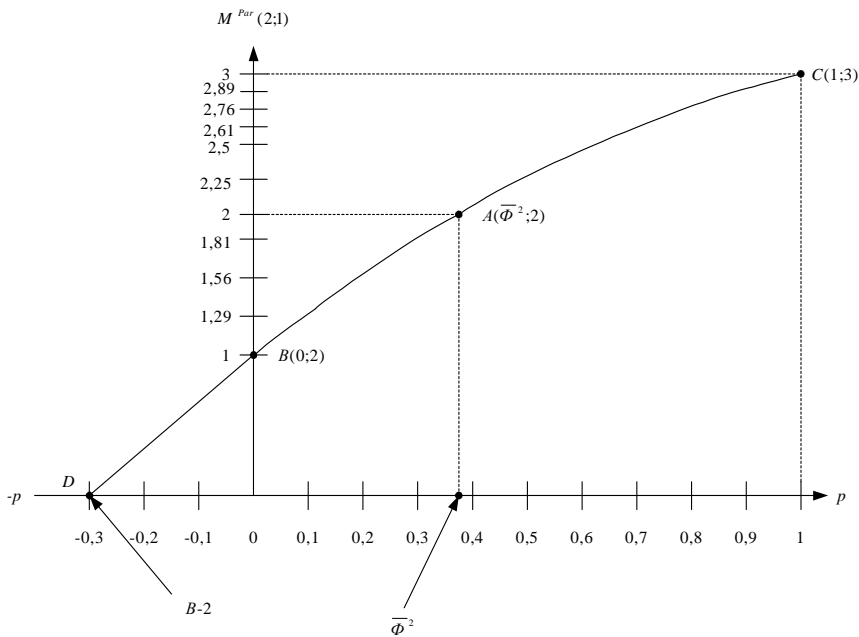


Рис. 3.2

Седловая точка $A(\overline{\Phi}^2; 2)$ по оси абсцисс имеет взаимосвязь с «золотым» числом ($p = \overline{\Phi}^2$), а по оси ординат - с «серебряным» числом ($M^{Par}(2,1) = 2,0 = S$). Дисперсия в этой точке имеет значение $0,236\dots = \sqrt{5} - 2 = \overline{\Phi}^3$. Верхняя граница допустимого отклонения от точки A соответствует $\Delta A_e = M^{Par}(2,1) + D^{Par}(2,1) = 2 + \overline{\Phi}^3 = \Phi + \overline{\Phi} = \sqrt{5}$, а нижняя - соответствует $\Delta A_n = M^{Par}(2,1) - D^{Par}(2,1) = 1,76392\dots = 2 - \overline{\Phi}^3$.

Таким образом, при $r=2$ и $p > \overline{\Phi}^2$ индивидуальное тестирование элементов сети ($N_1=1$) более рационально чем путем группирования, а при $p = \overline{\Phi}^2$ наступает равновесное состояние между индивидуальным и групповым ($N_2=2$) тестированиями. После умножения формулы (3.99 на «-1» и приравнивания математического ожидания к нулю образуется уравнение

$$p^2 - 3p - 1 = 0, \quad (3.100)$$

с корнями, имеющими взаимосвязь с «бронзовым» числом, так как $x_1 = B+1 = 2,30277\dots + 1 = 3,30277\dots$ и $x_2 = B-2 = 2,30277\dots - 2 = -0,30277\dots \approx -0,303$. Корень $x_2 \approx -0,303$ на рис. 3.2, обозначенный точкой $D(B-2; 0)$, может означать начальное состояние, при котором появляются объективные предпосылки в необходимости прогнозирования возможности появления отказов элементов сети,

разработки плана по принятию профилактических мер с целью недопущения отказов (неисправностей).

В таком случае, при $M^{par}(2,1)=0$, вероятность безотказной работы элементов накануне тестирования должна также иметь взаимосвязь с «бронзовым» числом, как и вероятность отказов ($p=B-2=-0,30277\dots$). Для доказательства наличия подобной взаимосвязи подставим в квадратное уравнение (3.100) вместо p значение $(1-q)$, в результате чего образуется квадратное уравнение следующего вида:

$$q^2+q-3=0. \quad (3.101)$$

Отрицательным корнем уравнения (3.101) является «бронзовое» число ($q_2=-2,30277\dots=-B$, а положительным – $q_1=1,30277\dots=B-1$, который на интервале $\Delta q=q_1-1=0,30277\dots=B-2$ характеризует необходимость в постепенном отказе от тестирования и профилактических мер, по причине исчезновения отказов, а также возникновения объективных условий по уменьшению возможности очередного роста отказов элементов сети.

В работе [127] приведено доказательство, что стратегия, состоящая в индивидуальном анализе объектов в количестве $r>2$, не уступает исследуемой выше стратегии, когда $r=2$, то есть всегда $p \geq \overline{\Phi}^2$. Это верхняя граница оценки тривиального случая при $p=q=1/2$, когда всего один контролируемый объект, и требуется принятие решения о его тестировании без группирования.

Что касается нижних границ оценок при $r>2$, то в известной автору литературе подобные постановки задач отсутствуют. В качестве ММ для определения этих нижних границ предлагается использовать известное уравнение (1.99), определяющее так называемые ранее обратные «золотые» p -пропорции, которые обозначим через $q_i=1-p_i$ с целью перехода на язык вероятностей (в термине « p -пропорции», $p=0,1,2,3,\dots$ - индекс, не имеющий отношения к вероятностям). Тогда, $p_1=1-q_1=1-1/2=1/2$, $p_2=1-q_2=1-0,618\dots=1-\overline{\Phi}=0,3819\dots=\overline{\Phi}^2$, $p_3=1-0,682\dots=0,318\dots$, $p_4=1-0,724\dots=0,276\dots$, $p_5=1-0,754\dots=0,246\dots$, $p_6=1-0,778\dots=0,222\dots$ и т.д.

С учетом вероятностного перехода, уравнение (1.99) принимает следующий вид:

$$q_i^i+q_i-1=0 \text{ или } q_i^i=1-q_i, \quad (3.102)$$

но так как $1-q_i=p_i$, то

$$p_i=q_i^i, \quad (3.103)$$

то есть формируется система уравнений

$$\begin{cases} q_i = 1 - p_i; \\ q_i = p_i^{1/i}, \quad i = 1, 2, 3, \dots, M, \end{cases} \quad (3.104)$$

преобразование которой, позволяет получить новое уравнение

$$p_i^{1/i} + p_i - 1 = 0, \quad (3.105)$$

где корнями (нулями) этого уравнения будут $p_1=1-q_1=1/2$, $p_2=1-q_2=\overline{\Phi}^2 \approx 0,382$, $p_3=1-q_3 \approx 0,318$, $p_4=1-q_4 \approx 0,276$ и так далее.

Из графика (рис. 3.2) видно, что при $i \rightarrow \infty$ вероятность $p_i \rightarrow 0$. Становится понятным, почему в природе трудно обнаружить явления, моделируемые по закону «золотых» p -чисел. Причина заключается в доминанте наиболее простых стратегий самоорганизации в природе, где одной из наиболее вероятных может быть стратегия дискретизации во времени неких состояний взаимодействия при $r=2$ (биннарные цепочки) с седловой точкой $p=0,3819\dots = \overline{\Phi}^2$.

По всей видимости, не случайно А.П. Стахов отмечает: «... с увеличением p избыточность p -кода Фибоначчи существенно возрастает, поэтому практическое значение имеют p -коды Фибоначчи, соответствующие начальным значениям p . Выражение (3.1), задающее все множество p -кодов Фибоначчи, представляет прежде всего теоретический интерес, ... В дальнейшем при рассмотрении приложений p -кодов Фибоначчи в цифровой технике основное внимание будет уделено простейшему избыточному p -коду Фибоначчи, соответствующему $p=1$ » [12].

В работе [85] исследована наихудшая стратегия диагностического контроля и приведен пример с выводами, объясняющими, почему может быть затруднено использование в моделях «золотых» p -чисел. Однако если следовать от наихудшего случая, когда все контролируемые элементы в системе неисправны, или неисправна их некоторая большая часть, то объединение этих элементов технической системы в группы $r=3,4,5$ и т. д. может оказаться целесообразным в случаях уменьшения нижней границы (вероятности отказов), соответственно $r>2$ к p_3 , p_4 , p_5 и т. д. (рис. 3.3). А это значит, что применение «золотых» p -чисел в данном случае становится целесообразным.

Несмотря на то, что подобного рода медицинская проблема возникла в процессе призыва новобранцев в армию США во время второй мировой войны, и решали ее лучшие математики, как видно из книги [127], эта проблема в полном объеме так и не была решена до настоящего времени. Первые шаги в процессе решения были сделаны математиком Р. Дорфманом (1943 г.), а завершающие шаги – П. Ангару (1960 г.) и С. Кумар (1970 г.). Обобщение всех предыдущих результатов решения и уточнение нерешенных вопросов в медицинской проблеме тестирования произвели известные западногерманские ученые Р. Альсведе и И. Вегенер (1979 г.). Однако не смотря на понимание важности в оптимальном поиске метода Кифера, они не заметили проявления в этом методе «золотого» числа и возможности его использования для решения медицинской проблемы тестирования после группирования. В то же время авторы книги

[127] отмечают, что «... в настоящее время не существует даже основ теории, которая объединила бы результаты Кифера и теории стохастической аппроксимации».

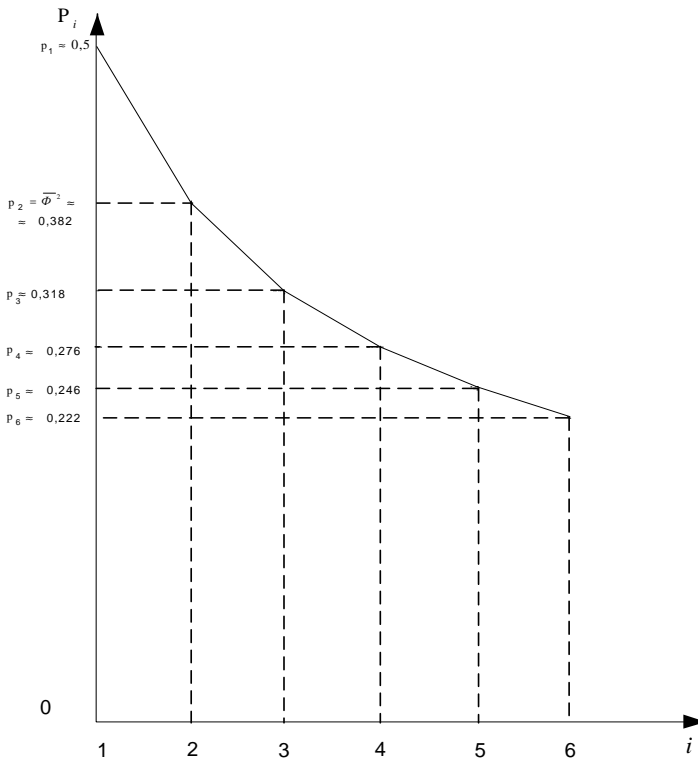


Рис. 3.3

В данном случае ставка на алгоритм Кифера не является самым лучшим решением, так как практически более удобен метод «золотого» сечения, что подтверждается экспериментальными исследованиями Р.П. Федоренко, который пишет: «Выше упоминался оптимальный алгоритм Кифера. Используя его, вычислитель не получит существенного выигрыша: интервал локализации уменьшится (по сравнению с тем, что дал алгоритм «золотого» сечения) разве лишь на 2-3 %. Таким образом алгоритм Кифера имеет в основном теоретическое значение, показывая, что алгоритм «золотого» сечения практически оптимален» [128]. Кроме этого, необходимо учитывать так называемую «среднюю ошибку» тестирования $(q(1-q)/n)^{1/2}$, где n – число контролируемых (наблюдаемых) случаев [129].

После незначительной модификации этот подход может быть использован в любой из областей науки и техники, где решаются оптимизационные задачи для систем диагностирования, контроля и управления. В основу процедур поиска могут быть положены методы разложения в бинарные цепочки и построения бинарных деревьев [130], а также методы Фибоначчи и «золотого» сечения после группирования элементов системы [131, 132]. Тем более, как упоминалось ранее, метод Кифера–Джонсона для оптимизации функций одной переменной модифицирован применительно к многомерным вариантам оптимизации с целью решения детерминированных и стохастических задач исследования операций [58, 133]. Что касается модифицированного нами метода применительно к общему диагностическому контролю ФЭ на физическом уровне ЭМ ВОС за счет расширения возможностей прогнозирования с учетом увеличения группируемых для тестирования элементов в системе, то его целесообразно использовать как в ДРЦ с сосредоточенными параметрами, так и в устройствах автоматического телеконтроля линий связи с распределенными параметрами .

3.2.2.2. Решение специальных задач поиска при использовании тестов со случайными ошибками на основе «золотого» числа

В качестве одной из специальных задач поиска при использовании тестов со случайными ошибками остановимся на проблеме отыскания неисправных средств связи, в процессе проверки комиссией их технического состояния, при ограниченном времени на контроль. На уровне интуиции Р. Альсведе и И. Венегер (1979 г.) почувствовали возможность использования метода Кифера, который имеет связь с «золотой» пропорцией, в вероятностных (стохастических) моделях, о чем пишут: «Основополагающий результат Кифера мы приводим здесь с доказательством. Важную роль здесь играют числа Фибоначчи В настоящее время не создано даже оснований более широкой теории, которая охватывала бы этот результат совместно с результатами, относящимися к стохастической аппроксимации. Поэтому мы призываем заинтересованных исследователей, заняться строением такой теории. При этом важными могут оказаться аспекты проблемы, связанные с теорией кодирования» [127].

Следует отметить, что на несколько лет раньше до призыва авторов книги [127] к построению теории, увязывающей алгоритм Кифера с решением стохастических задач, выдающийся польский математик Гуго Штейнгауз привел решение специальной задачи поиска по выборочной оценке товаров со случайным (стохастическим) исходом. В основу решения задачи Г. Штейнгауз положил феноменальное и необъяснимое свойство обратного «золотого» числа $\omega = (\sqrt{5} - 1) / 2 = 0,6180339... = \bar{\Phi}$ и $m = 0,381966... = \bar{\Phi}^2 = 1 - \omega$, о чем с нескрываемым удивлением и сожалением, что не может дать объяснение полученному не улучшаемому результату, пишет следующее: «... Такова таинст-

венная сила золотых чисел. Тут читатель спросит: – А что было бы, если бы вместо $(\sqrt{5}-1)/2$ мы взяли, например, $\sqrt{2}$, то есть тоже иррациональное число? Получилось бы неплохо, но все же не так хорошо, как с золотыми числами. Впрочем, если вернуться к золотому сечению и вместо ω взять m , то таблица железных чисел получится ни чуть не хуже. Повидимому, ни одно другое число, отличное от ω и m , этой особенностью не обладает. И снова мы должны извиниться за то, что ставим задачи, которые не пытаемся не только решить, но даже объяснить. Мы поступили так лишь потому, что нам не остается ничего другого: нам ничего больше не известно, мы довели тебя, читатель, до границы знакомой нам области и не знаем дороги дальше ...» [129].

А сейчас перейдем к исследованию этой задачи на конкретном примере. Например, компетентной комиссии поручено проверить техническое состояние однотипных средств радиосвязи длительное время находящихся на хранении в складском помещении в ящиках с номерами от 0001 до 1056. Чтобы вскрыть все ящики и проверить техническое состояние радиостанций потребовалось бы 2 месяца, а проверочной комиссии выделен всего 1 день на проверку техники и оформления акта, то есть комиссия в состоянии проверить за это время только 10 радиостанций.

Так как ящики с радиостанциями нумеровали в возрастающем порядке по мере многократного их поступления на склад непосредственно с предприятий изготовителей, то комиссия должна учитывать возможность поступления браковочной партии. Следовательно, во избежание проверки радиостанций из наиболее технически надежных партий, целесообразно использовать таблицу случайных чисел.

Оказывается, в настоящее время имеют место несколько вариантов таких таблиц, однако наилучшей из них является так называемая «железная таблица», которой много десятков лет пользуются, например, в Главном статистическом управлении Польши. Эта таблица разработана на основе «золотого» числа $\omega = \overline{\Phi}$ и имеет преимущество над другими, тем, что числа в ней меньше всего отличающиеся находятся дальше друг от друга, а числа больше всего отличающиеся – разделены наиболее средними расстояниями, чем в альтернативных таблицах случайных чисел [129].

Перед тем, как перейти к рассмотрению алгоритма формирования не улучшаемой таблицы случайных чисел необходимо составить последовательность так называемых «золотых» чисел [129], обобщенное выражение для которых предлагается записать в следующем виде:

$$G'_N = 0,618\dots N = \omega N = \overline{\Phi} N, \quad (3.106)$$

где $N=1, \dots, 10^4$ – последовательность чисел из натурального ряда.

Объясняя порядок составления последовательности «золотых» чисел Г. Штейнгауз пишет: «... Каждое золотое число имеет целую и дробную часть. Например, у числа 10000ω целая часть равна 618, а дробная – 0,03398» [129].

Из приведенной цитаты видно, что допущена математическая неточность. На самом деле, у числа 10000ω целая часть равна 6180, а дробная – 0,3398 Следовательно, с учетом этой неточности алгоритм формирования не улучшаемой таблицы случайных чисел, например, при $N=1, \dots, 10^4$, будет следующим.

Шаг 1. В каждом из 10^4 «золотых» чисел исключить целую часть, а дробную часть ограничить четвертым знаком после запятой (включительно) и умножить ее на 10^4 , что равносильно получению целых чисел в количестве 10^4 , т. е. чисел N' от 0001 до 10000. Такая процедура гарантирует отсутствие повторения чисел и числа 0000. Этот шаг в алгоритме повторяется 10^4 раз.

Шаг 2. Производится сортировка и ранжирование чисел из натурального ряда $N=1, \dots, 10^4$, в соответствии с их возрастающими числами от 0001 до 10000, которые получены с помощью предыдущей процедуры (шаг 1) на основе дробных частей «золотых» чисел.

Таким образом, формируется таблица случайных чисел («железная» таблица [129]), которая должна быть и в нашей проверочной комиссии. Члены этой комиссии открывают эту таблицу на любой из страниц и выписывают подряд следующие цифры, но с исключением больших за число 1056, так как таких номеров ящиков с радиостанциями на складе нет. По мере получения совпадающих с номерами ящиков 10-ти чисел, таблица комиссии больше не нужна. Остается вскрыть ящики с полученными номерами и проверить техническое состояние содержащихся в них радиостанций, что позволит максимально уйти от влияния субъективного фактора в процессе контроля качества.

Результаты экспериментальных исследований доказывают правоту известного математика Г. Штейнгауза в том, что если вместо $\omega = 0,618\dots = \bar{\Phi}$ взять в качестве базового числа $m = \bar{\Phi}^2$, то эта таблица не будет худшей. В тоже время, существуют еще два числа, обладающие особенностями $\omega = \bar{\Phi}$ и $m = \bar{\Phi}^2$. К этим числам относятся $1,618033\dots = \Phi$ и $2,618033\dots = \Phi^2 = e_0$, на базе которых формируются не улучшаемые таблицы случайных чисел, аналогичные таблице «железных» чисел, построенной на основе $\omega = 0,618033\dots = \bar{\Phi}$ [129].

Например, при $N=1, \dots, 10$, с помощью формулы (3.106) после ограничения дробной части первым знаком после запятой получим следующую последовательность случайных чисел:

$$N'(G'_N) = 0,6;0,2;0,8;0,4;0,0;0,7;0,3;0,9;0,5;0,1. \quad (3.107)$$

Если вместо формулы (3.107) применить выражение

$$G''_N = 0,381\dots N = mN = \bar{\Phi}^2 N, \quad (3.108)$$

то с его помощью, при $N=1, \dots, 10$, образуется другая последовательность случайных чисел

$$N''(G''_N) = 0,3;0,7;0,1;0,5;0,9;0,2;0,6;0,0;0,4;0,8. \quad (3.109)$$

Числа, в последовательности (3.109) расположены в обратном порядке в сравнении с последовательностью (3.107), так как при их сложении в порядке следования всегда получается число «0,9». Следовательно, такое взаимнообратное зеркально-симметричное расположение чисел в последовательностях чисел (3.107) и (3.109) делает их «квазиравнозначными» при распределении, о чем и высказывается, опираясь на экспериментальные данные Г. Штейнгауз: «... если вернуться к золотому сечению и вместо ω взять m , то таблица железных чисел получится ничуть не хуже» [129]. Конечно, строго математически числа в этой таблице не являются случайными, так как формируемая последовательность ограниченная, а это значит, что данную таблицу можно отнести к классу «квазислучайных» неповторяемых чисел.

Таким образом, будет справедливым вывод о том, что возведение в степень $n = 1, \dots, N$ определенного «золотого» числа, обладающего свойством вида (3.106), не нарушает этого свойство «квазислучайности». Поэтому, очень важной остается необходимость в сохранении закономерности, в которой числа размещаются таким образом «... чтобы мало отличающиеся из них отстояли в таблице далеко друг от друга, а отличающиеся не слишком мало – были разделены средними расстояниями. Эта задача немного напоминает задачу о составлении графика отборочных соревнований, проводимых по олимпийской системе. Устанавливая очередность встреч, необходимо следить за тем, чтобы два сильных участника не встречались между собой в первом круге, поскольку один из них, будучи побежденным, не сможет войти в команду сильнейших» [129]. Используя метод динамических аналогий, можно сделать предположение о возможности и целесообразности построения СПЧ с соблюдением этой закономерности, то есть СПЧ должна строиться на основе чисел, связанных с «золотым» числом.

3.2.3. Несколько замечаний о корректности применения последовательного поиска методами дихотомии, Фибоначчи и «золотого» сечения (числа)

Представьте, что вам предложено решить одну из простеньких математических задач для учеников средних классов на тему взвешивания. Услышав условия задачи, я даже внутренне обрадовался, так как посчитал это решение элементарно простым, зная о методах поиска с помощью чисел Фибоначчи и «золотого» сечения (числа). К сожалению все оказалось сложнее и в тоже время поучительным. Конечно, я решил эту задачу, но не так быстро как хотел и не теми известными способами, а затем провел анкетирование, предлагая в течении месяца людям уже имеющим высшее образование, кандидатам и докторам наук ее решить. И какой результат? Отрицательный. Из 136 человек (81% слу-

шатели академии, 14% кандидаты технических наук и 5% доктора и академики) никто не нашел решения этой задачи. Но почему?

Ответ, мне кажется, очевиден, если более глубоко вникнуть в проблему психологии и логики обучения школьников. Однако все это выходит за рамки нашей темы исследования, но для понимания смысла этой проблемы остановимся на постановке самой задачи: «Найти более легкую (фальшивую) монету среди 80 золотых стандартных монет с помощью четырех взвешиваний на рычажных весах с двумя тарелками и без гирь».

Стандартно все решают эту задачу, в независимости от степени образования, используя метод дихотомии, причем, не всегда зная, о его научном существовании. То есть, все делят число монет на две части и взвешивают, и так далее до получения окончательного решения. Однако, как оказывается, в итоге это решение не самое лучшее (6 взвешиваний). Применяя метод «золотого» сечения (числа) получаем в худшем случае результат решения, уступающий по числу итераций методу дихотомии. Но ведь в литературе метод «золотого» сечения (числа) и чисел Фибоначчи ставятся в приоритет методу дихотомии. Опять противоречие? Да, оно имеет место, пока мы строго не определимся с условиями более эффективного применения в сравнении между собой конкретных методов оптимального поиска в рамках теории измерения для решения конкретного класса задач.

Решение поставленной задачи уходит в далекое прошлое и нам не стоит возвращаться к истокам ее решения, так же как и к вопросам выбора оптимальных систем гирь, при использовании для гирь одной тарелки или двух тарелок весов. В первом случае оптимальная система гирь определяется как 2^n , а во втором случае, при условии выбора минимального числа номиналов гирь и их взаимной компенсации на противоположных тарелках, – как 3^n . Все это давно известно, но, к сожалению, не многим. Но ведь в условиях постановки нашей задачи гири совсем не используются и фактически мы вынуждены использовать наряду с взвешиванием и элементы логического рассуждения.

Ведь не случайно в учебниках по математике для 5-го класса 25-ти летней давности сначала предлагалось решить аналогичную задачу с 3 монетами и 1 измерении, затем – с 9 монетами и 2 измерениями, затем – с 27 монетами и 3 измерениями и т. д. Причем задачу с 3 монетами и 1 измерении рекомендовалось решить у доски учителю с пояснениями ученикам хода решения. При таком подходе к изучению математики (от простого к сложному и активном участии учителя) ученикам становится легко решать самостоятельно более сложные варианты этой задачи на взвешивание с использованием элементов логики.

На первый взгляд очень простая школьная задачка, а мы ей уделяем столько много внимания. Дело в том, что, оказывается, в теории поиска с этой задачи под названием «Отыскание фальшивой монеты с помощью рычажных весов»

начинается целый раздел задач о взвешивании [127]. Для решения этой задачи общее число монет для очередного взвешивания делится на три равные кучки и так эта процедура продолжается до тех пор, когда перед последним взвешиванием кучка из трех монет делится на три части по одной монете в каждой. В теоретическом плане дается строгое научное доказательство предложения, заключающегося в том, что последовательная стратегия, минимизирующая максимальную длину поиска для этой задачи (число взвешиваний), требует в наилучшем случае $\lceil \log_3 n \rceil$ взвешиваний (троичных тестов). Следовательно, зная о существовании такого наиболее эффективного решения задачи «Отыскание фальшивой монеты с помощью рычажных весов» никто не стал бы ее решать методами: дихотомии, «золотого» сечения или чисел Фибоначчи.

А теперь изменим условие задачи «Найти более легкую (фальшивую) монету среди 80 золотых стандартных монет с помощью четырех взвешиваний на рычажных весах с двумя тарелками и без гирь», заменив в нем рычажные весы на аналитические весы, с помощью которых можно точно определить вес монет в любом подмножестве, а число взвешиваний заменим на шесть вместо четырех. Решение этой задачи сводится к оптимальной последовательной стратегии поиска фальшивой монеты при допустимости всех двоичных тестов свободных от ошибок и как следствие, результаты доказательства этой стратегии сводятся к общепринятым действиям деления по возможности очередной кучки монет перед взвешиванием на две равные части, то есть здесь оптимальным есть метод дихотомии [127], но не «золотого» сечения или чисел Фибоначчи.

Рассмотренные выше подходы к решению задач на взвешивание должны предостеречь начинающих ученых от ошибочного применения в оптимизационных процедурах поиска методов «золотого» сечения (числа) и Фибоначчи. Во избежание ошибок рассматриваемую функцию необходимо исследовать на уни-modalность в рамках известного интервала неопределенности, а затем, выбрать нужный метод. Если не известно, сколько тестов (измерений или опытов) понадобится для поиска, то надо пользоваться методом «золотого» сечения, а если число тестов задано, то лучше пользоваться методом Фибоначчи, который более эффективен за хорошо себя зарекомендовавший в практике поиска метод дихотомии. Сравнительный анализ всех этих методов и алгоритмы их действия подробно описаны в книге Д.Дж. Уайлда «Методы поиска экстремума» [132]. Кроме этого, исследования показали, что не менее эффективным в сравнении с методом Фибоначчи является впервые предлагаемый метод поиска, в котором вместо чисел Фибоначчи используются числа из последовательности Люка (1.10). Неплохие результаты поиска можно также получить, используя другие последовательности из множества последовательностей Фибоначчи-Люка, образуемой на основе рекуррентного правила (1.5), поэтому методы поиска, строящиеся на основе последовательностей Фибоначчи-Люка, предлагается называть

«методами Фибоначчи-Люка», частными случаями (вариантами) которых есть общеизвестный метод Фибоначчи и предлагаемый метод Люка.

3.2.4. О целесообразности уточнения специальных рядов чисел и значений величины (параметра) за счет введения рядов Фибоначчи и Люка

Наряду с действующими СПЧ и СПП применяются также специальные ряды чисел и пропорций: двоичный ряд чисел; форматные ряды стандартных значений линейного размера стороны листа; ряды линейных размеров, полученных на основе «золотого» сечения; ряд значений модульного линейного размера; двоично-десятичный ряд чисел; стандартные ряды номинальной емкости электрических конденсаторов и номинального сопротивления и так далее [82].

Большинство из перечисленных специальных рядов могут быть уточнены с учетом сверхновой СПЧ и на основе усеченной последовательности Фибоначчи. Так, двоично-десятичный ряд чисел в [82] является составной частью усеченного Фибоначчи-десятичного ряда, предложенного для создания оптимальной базовой системы денежных номиналов [60]:

$$D_{n_m} = F_n D_m = F_n 10^m; n = 2, 3, 4, 5; m = -2, -1, 0, 1, \dots, M, \quad (3.110)$$

где $F_2 = 1$, $F_3 = 2$, $F_4 = 3$ и $F_5 = 5$.

Формула (3.110) может быть модифицирована и для использования в электросвязи, например, при обеспечении оптимальной вложенности для различного набора емкостей абонентских и соединительных кабелей. Что касается построения стандартных рядов номинальной емкости электрических конденсаторов и номинального сопротивления резисторов (Е6, Е12, Е24, Е48, Е96), то в связи с их тождественностью рядам из действующей СПЧ ($E12/3 \equiv R20/5$, $E24/3 \equiv R40/3$, $E48/3 \equiv R80/5$, $E96/3 \equiv R160/5$) можно однозначно определиться с тождественными рядами из новой и сверхновой СПЧ.

Становится целесообразным в перспективе расширить перечень специальных рядов чисел и значений величины (параметра) за счет введения рядов Фибоначчи и Люка. На доказательстве такой целесообразности остановимся более подробно.

В первом пункте перечня специальных рядов чисел и значений величины (параметра) есть двоичный ряд чисел, широко применяемый в вычислительной технике и технике электросвязи, в котором i -й член ряда находится из выражения [82]:

$$f_i = 2^i, i = 0, 1, 2, \dots, N. \quad (3.111)$$

Однако возникает вопрос об универсальности выражения (3.111). Оказывается, по мере перехода к более надежным техническим системам с избыточным кодированием и избыточным числом элементов, двоичная ГП (3.111) становится менее эффективной в использовании на практике в сравнении с усеченными последовательностями Фибоначчи (1.9) и Люка (1.10), а в некоторых случаях и даже в сравнении с усеченными последовательностями Фибоначчи-Пойа, образуемыми с помощью известного рекуррентного соотношения (1.97) [12].

Направление исследований по избыточному кодированию в вычислительной технике на основе кодов Фибоначчи хорошо раскрыто в работах академика А.П. Стахова [10,12,134,135].

Следовательно, остановимся на менее известном в науке направлении исследования и построения высоконадежных технических систем с использованием последовательностей Фибоначчи (1.9) и Люка (1.10), а в некоторых случаях – усеченных последовательностей Фибоначчи-Пойа, которые и предлагается включить в перечень специальных рядов чисел и значений величины (параметра). Так, например, резонансное (узкополосное) согласующее устройство (PCУ) обеспечивает согласование сопротивлений на заданной рабочей частоте. Независимо от реализуемого алгоритма настройки (поискового, вычислительно-го или комбинированного) основной схемой функционирования PCУ является согласующая цепь (СЦ), элементами которой чаще всего на практике выбирают коммутационные элементы (К), дискретное множество емкостей (С), индуктивностей (L) или отрезков длинных линий из LC-компонент, где структура из емкостей параллельная (рис. 3.4), а структуры из индуктивностей или LC-компонент – последовательные (рис. 3.5) [136].

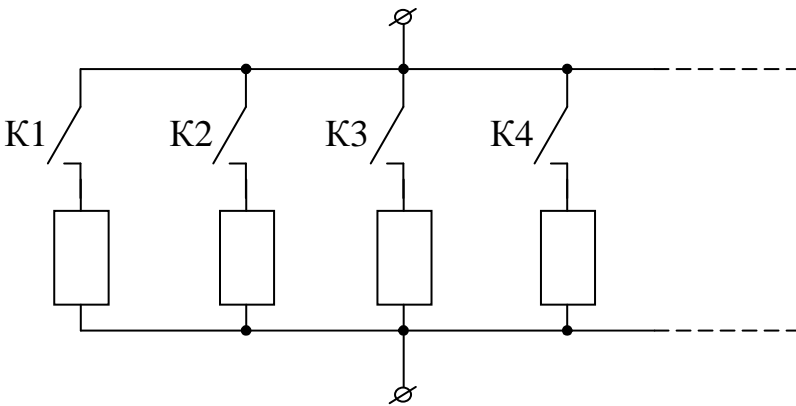


Рис. 3.4

Для исключения резкого изменения добротности СЦ считается целесообразным изменять величины дискретных элементов (разряды) по закону ГП со знаменателем 2,0:

$$\alpha_n = \Delta\alpha * 2^{n-1}, n=1, \dots, m, \quad (3.112)$$

где m – число дискретных элементов в СЦ и $\Delta\alpha$ – заданное минимальное (базовое) значение C , L или LC составляющей.

На основе выражения (3.112), специального управляющего устройства и схемы коммутации исполнительного устройства формируются последовательные (или параллельные) возрастающие (убывающие) структуры с дискретным шагом $\Delta\alpha$. Следовательно, если $\Delta\alpha$ – минимальное значение конкретной составляющей, то применительно к (3.112) максимальным значением будет $\Delta\alpha(2^m - 1)$. Оказывается, что такие СЦ недостаточно надежные, так как в случае выхода из строя любого элемента во всех разрядах образуются систематические сбои (отсутствие резонансной настройки).

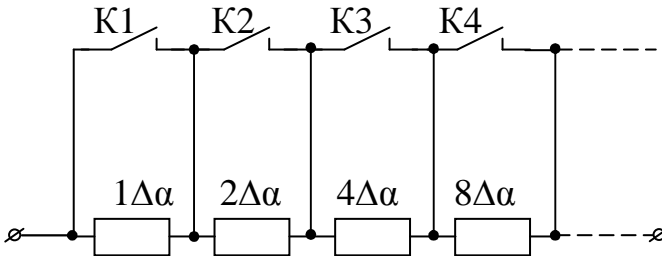


Рис. 3.5

Например, при $m = 4$ и $\Delta\alpha = 1$ с помощью формулы (3.112) образуется следующая ГП: 1, 2, 4, 8. На основе этой ГП формируется последовательность натуральных чисел 1, ..., 15 (1, 2, 2+1=3, 4, 4+1=5, 4+2=6, 4+2+1=7, 8, 8+1=9, 8+2=10, 8+2+1=11, 8+4=12, 8+4+1=13, 8+4+2=14, 8+4+2+1=15), так как $2^m - 1 = 2^4 - 1 = 16 - 1 = 15$. Допустим, что неисправен третий элемент, выражаемый числом 4. В этом случае из последовательности натуральных чисел 1, ..., 15 сохранятся только 7 чисел (1, 2, 2+1=3, 8, 8+1=9, 8+2=10, 8+2+1=11), а 8 чисел (4, 4+1=5, 4+2=6, 4+2+1=7, 8+4=12, 8+4+1=13, 8+4+2=14, 8+4+2+1=15) не могут быть получены из-за отсутствия числа 4, что равносильно для СЦ переходу в состояние неработоспособности.

В результате моделирования на ЭВМ получены две последовательности (Фибоначчи и Люка), которые проявляются в филлотаксисе и в тоже время обеспечивают структурное резервирование дискретных элементов (разрядов) за счет их замещения двумя предшествующими по номиналу последовательно (параллельно) соединенными элементами, а также не уступают выражению

(3.112) по равношаговости (добротности) дискретной перестройки СЦ. Следовательно, более подробно остановимся на доказательствах преимущества этих двух последовательностей над выражением (3.112) с целью их использования в качестве законов соответствия между дискретными элементами СЦ с повышенной структурной надежностью [60, 137].

3.2.4.1. Применение последовательности Фибоначчи при построении согласующих цепей с повышенной структурной надежностью

При построении дискретных СЦ с повышенной структурной надежностью предлагается использовать последовательность Фибоначчи (1.9), которая формируется с помощью рекуррентного выражения

$$\{F_n = F_{n-1} + F_{n-2}; F_1 = F_2 = 1; n = 3, \dots, m\}, \quad (3.113)$$

где m – число элементов в этой цепи (рис.3.6 и рис. 3.7).

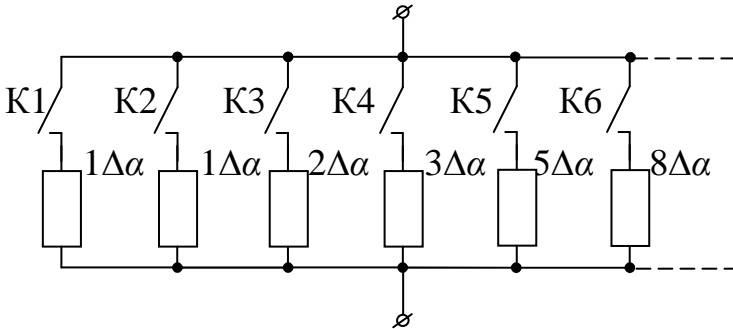


Рис. 3.6

По аналогии с (3.112) на основе последовательности Фибоначчи (1.9) запишем следующее выражение для определения номиналов разрядов в СЦ с повышенной структурной надежностью:

$$\alpha_n(F_n) = \Delta\alpha * F_n, n = 1, \dots, m. \quad (3.114)$$

Для проведения сравнительного анализа дискретных СЦ строящихся на основе формул (3.112) и (3.114) ограничимся одинаковым значением $\Delta\alpha = 1$ и равнозначным номинальным значением шестого дискретного элемента, которое выражается числом $F_6 = 8$. Например, при $m = 6$ и $\Delta\alpha = 1$ с помощью формулы (3.114) образуется следующая усеченная сверху последовательность Фибоначчи: 1, 1, 2, 3, 5, 8. На основе этой последовательности формируется последовательность натуральных чисел 1, ..., 20 (1, 2, 3, 3+1=4, 5, 5+1=6, 5+2=7, 8, 8+1=9, 8+2=10, 8+3=11, 8+3+1=12, 8+5=13, 8+5+1=14, 8+5+2=15, 8+5+3=16, 8+5+3+1=17, 8+5+3+2=18, 8+5+3+2+1=19, 8+5+3+2+1+1=20), так как

$F_{m+2} - 1 = F_{6+2} - 1 = F_8 - 1 = 21 - 1 = 20$. Допустим, что неисправен пятый элемент, выражаемый числом 5, то есть для $F_5 = 5$.

В этом случае формируется такая же последовательность натуральных чисел как и с помощью выражения (3.112), то есть последовательность чисел 1, ..., 15 (1, 2, 3, 3+1=4, 3+2=5, 3+2+1=6, 3+2+1+1=7, 8, 8+1=9, 8+2=10, 8+3=11, 8+3+1=12, 8+3+2=13, 8+3+2+1=14, 8+3+2+1+1=15), которая усечена сверху ровно на 5 единиц, соответствующих номиналу неисправного элемента. Следовательно, одиночные неисправности приводят к усечению (ограничению) сверху общего диапазона работоспособности РСУ в полном соответствии с номиналом неисправного элемента в СУ, что делает РСУ работоспособным, но с незначительным ограничением рабочего диапазона сверху.

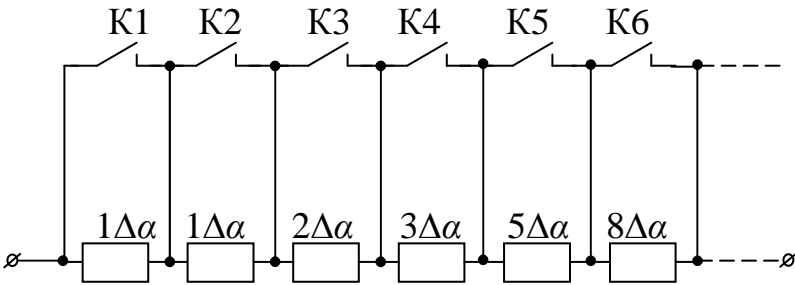


Рис. 3.7

3.2.4.2. Применение последовательности Люка при построении согласующих цепей с повышенной структурной надежностью

В результате имитационного моделирования на ЭВМ, наряду с последовательностью Фибоначчи, при построении СЦ с повышенной структурной надежностью хорошие модели получаются на основе последовательности Люка (1.10), которая формируется с помощью рекуррентного выражения

$$\{L_n = L_{n-1} + L_{n-2}; L_1 = 2; L_2 = 1; n = 3, \dots, m\}, \quad (3.115)$$

где m – число элементов в этой цепи (рис. 3.8 и рис. 3.9).

По аналогии с (3.112) и (3.114) на основе последовательности Люка (1.10) запишем следующее выражение для определения номиналов разрядов в СЦ с повышенной структурной надежностью:

$$\alpha_n(L_n) = \Delta\alpha * L_n, n = 1, \dots, m. \quad (3.116)$$

Для проведения сравнительного анализа дискретных СЦ строящихся на основе формул (3.114) и (3.116) ограничимся одинаковым значением $\Delta\alpha = 1$ и номинальными значениями шестых в последовательностях Фибоначчи

и Люка чисел, которые выражаются числами $F_6 = 8$ и $L_6 = 11$. Например, при $m = 6$ и $\Delta\alpha = 1$ с помощью формулы (3.116) образуется следующая усеченная сверху последовательность Люка: 2, 1, 3, 4, 7, 11. На основе этой последовательности формируется последовательность натуральных чисел 1, ..., 28 (1, 2, 3, 4, 4+1=5, 4+2=6, 7, 7+1=8, 7+2=9, 7+3=10, 11, 11+1=12, 11+2=13, 11+3=14, 11+4=15, 11+4+1=16, 11+4+2=17, 11+7=18, 11+7+1=19, 11+7+2=20, 11+7+3=21, 11+7+4=22, 11+7+4+1=23, 11+7+4+2=24, 11+7+4+3=25, 11+7+4+3+1=26, 11+7+4+3+2=27, 11+7+4+3+2+1=28), так как $L_{m+2} - 1 = L_{6+2} - 1 = L_8 - 1 = 29 - 1 = 28$.

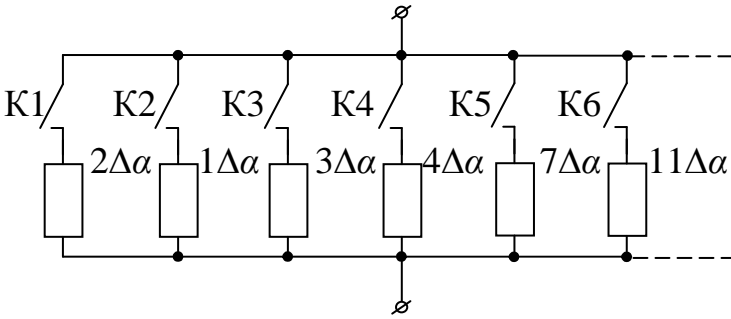


Рис. 3.8

Допустим, что неисправен пятый элемент, выражаемый числом 7, то есть $L_5 = 7$. В этом случае формируется последовательность натуральных чисел 1, ..., 21 (1, 2, 3, 4, 4+1=5, 4+2=6, 6+1=7, 6+2=8, 6+3=9, 6+4=10, 11, 11+1=12, 11+2=13, 11+3=14, 11+4=15, 11+4+1=16, 11+4+2=17, 11+4+3=18, 11+4+3+1=19, 11+4+3+2=20, 11+4+3+2+1=21), которая усечена сверху ровно на 7 единиц, соответствующих номиналу неисправного элемента. Следовательно, одиночные неисправности в СЦ, создаваемые по закону последовательности Люка, приводят к усечению сверху общего диапазона работоспособности РСУ в полном соответствии с номиналом неисправного элемента в СУ, что делает РСУ работоспособным, но с незначительным ограничением рабочего диапазона сверху. В этом случае, единственным преимуществом последовательности Люка в сравнении с последовательностью Фибоначчи является то, что реализация СУ на основе последовательности Люка в большей степени позволяет расширить рабочий диапазон РСУ с предельным значением:

$$\lim_{m \rightarrow \infty} \frac{L_m}{F_{m+1}} = 1 + \Phi^{-2} = 1,381966... \approx 1,38 \text{ раза.} \quad (3.117)$$

Для удобства вычислений можно воспользоваться первыми 30 числами последовательностей Фибоначчи и Люка, при условии, что $F_0 = 0$ и $L_0 = 2$, которые приведены в табл. 1.1.

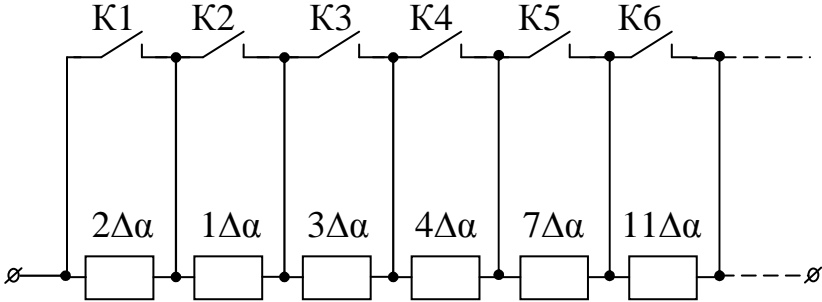


Рис. 3.9

Однако следует отметить, что при таком преимуществе имеет место наличие единственного недостатка в СЦ на основе последовательности Люка. Оказывается, что в этой последовательности нет возможности структурно резервировать первые два элемента (2 и 1). Решение проблемы резервирования первых двух элементов в последовательности Люка решается путем добавления к ней еще одного элемента с номиналом «1» (рис. 3.10 и рис. 3.11), что приведет к потере преимущества (3.117) в сравнении с последовательностью Фибоначчи, так как предельное значение расширения диапазона РСУ строящегося на основе последовательности Фибоначчи в сравнении с последовательностью Люка составляет

$$\lim_{m \rightarrow \infty} \frac{F_{m+2}}{L_m} = \Phi^2 / \sqrt{5} = 1,1708... \approx 1,17 \text{ раза.} \quad (3.118)$$

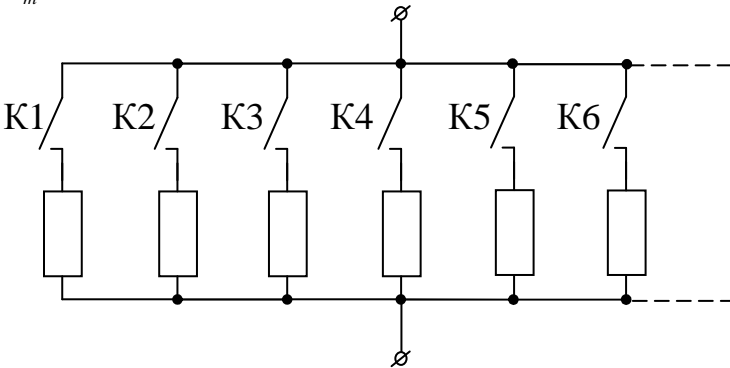


Рис. 3.10

Значение в (3.118) полностью соответствует доказанному Д.Дж. Уайлдом соотношению между интервалами в одномерном поиске экстремальной точки на унимодальной функции, которые остались после $i \rightarrow \infty$ испытаний методами «золотого» сечения и Фибоначчи, о чем пишет следующее: «...окончательный интервал при методе золотого сечения всего лишь на 17% больше, чем при методе Фибоначчи» [132]. Следовательно, испытание методом «золотого» сечения (числа) имеет близость к предлагаемому нами испытанию (поиску) методом Люка, так как

$$\lim_{i \rightarrow \infty} \Phi^i = L_i. \quad (3.119)$$

Например, при $i=6$, получим $\Phi^6 = 17,944... \approx L_6 = 18$, где L_6 взято из табл. 1.1.

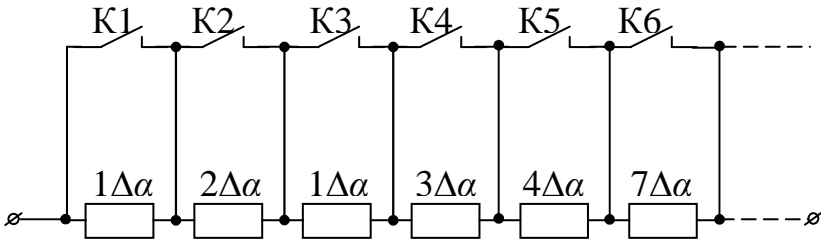


Рис. 3.11

3.2.4.3. Повышение структурной надежности согласующей цепи при выходе из строя более двух смежных элементов

Повышение структурной надежности согласующей цепи при выходе из строя одного элемента и двух смежных элементов оформлены в виде четырех изобретений [138], а обобщенный подход к моделированию электротехнических цепей на основе последовательностей Фибоначчи и Люка приведен в работе [60].

Однако возникает проблема повышения структурной надежности согласующей цепи при выходе из строя более двух смежных элементов, а также проблема увеличения кратности резервирования каждого из элементов. Для решения этой проблемы предлагается дискретная реактивная цепь (ДРЦ), содержащая N дискретных реактивных элементов с возможностью формирования из них с помощью управляемых переключателей совокупности из $P \leq N$ дискретных реактивных элементов (ДРЭ). В этой цепи номинальное значение a_i i -го дискретного реактивного элемента, где $i = 1, 2, \dots, N$, выбрано из условия $a_i = a_{\min} \cdot K_i$, где a_{\min} – минимальный шаг дискретного изменения суммарного

номинального значения совокупности из P дискретных реактивных элементов, а $K_i = F(i)$ – весовой коэффициент номинального значения i -го ДРЭ, вычисленный с помощью заданной расчетной функции $F(i)$, отличающаяся от предыдущих решений тем, что в качестве расчетной функции $F(i)$ выбрана:

1. Рекуррентная формула последовательности чисел Фибоначчи

$$F(i) = \left\{ F(i)_{i \geq 3} = F(i-1) + F(i-2); F(i)_{i=1,2} = 1 \right\},$$

с помощью которой, формируются две одинаковые последовательности, с последующим совмещением их в порядке роста чисел: 1, 1, 1, 1, 2, 2, 3, 3, 5, 5, 8, 8, 13, 13, 21, 21,

2. Рекуррентная формула последовательности чисел Люка

$$F(i) = \left\{ F(i)_{i \geq 3} = F(i-1) + F(i-2); F(i)_{i=1} = 2; F(i)_{i=2} = 1 \right\},$$

с помощью которой, формируются две одинаковые последовательности, с последующим совмещением их в порядке роста чисел и добавления двух дополнительных элементов с номиналами $a_{\min} = 1$ для выравнивания числа элементов с числом элементов в ДРЦ в п. 1 с целью их сравнительного анализа по эффективности и обеспечения в худшем случае 4-кратного резервирования элемента $a_{\min} = 1$, то есть формируется совмещенная последовательность: 1, 1, 1, 1, 2, 2, 3, 3, 4, 4, 7, 7, 11, 11, 18, 18,

3. Рекуррентные формула последовательности чисел Фибоначчи

$$F(i) = \left\{ F(i)_{i \geq 3} = F(i-1) + F(i-2); F(i)_{i=1,2} = 1 \right\}$$

и рекуррентная формула последовательности чисел Люка,

$$F(i) = \left\{ F(i)_{i \geq 3} = F(i-1) + F(i-2); F(i)_{i=1} = 2; F(i)_{i=2} = 1 \right\}$$

с помощью которых, формируются две совмещенные последовательности, с учетом порядка роста чисел и добавления одного дополнительного элемента с номиналом $a_{\min} = 1$ для выравнивания числа элементов с числом элементов в дискретных реактивных цепях в п. 1 с целью их сравнительного анализа по эффективности и обеспечения в худшем случае 4-кратного резервирования элемента $a_{\min} = 1$, то есть формируется совмещенная последовательность: 1, 1, 1, 1, 2, 2, 3, 3, 4, 5, 7, 8, 11, 13, 18, 21, 29, 34, 47, 55,

Конечно, число формируемых элементов с помощью сочетания всех этих последовательностей может быть увеличено до требуемого значения. Однако следует отметить, что очень хорошие результаты получаются и при использовании последовательностей Фибоначчи-Пойа, но все это выходит за пределы нашей темы исследования.

*Мы ищем лишь удобства вычислений,
А в сущности не знаем ничего.*

М. Волошин

ВМЕСТО ЗАКЛЮЧЕНИЯ

Таким образом, в этой работе приводятся основы построения теорий стандартизации и измерения, базирующиеся на «золотое» сечение (число) и последовательности Фибоначчи-Люка. Конечно после этой работы, остается больше вопросов, чем ответов. Однако привлечение прикладной природной (естественной) математики для решения этих сложных проблем может оказаться перспективным направлением исследования. А в конечном итоге суть этого направления исследований как всегда можно выразить словами выдающегося польского математика Г. Штейнгауза: "Прикладная математика находится в зачаточном состоянии. Сегодня мы еще в состоянии направить ее развитие в любую сторону и располагаем в этом отношении неограниченной свободой. Необходимо лишь понять, что математика не свод готовых ответов на любой вопрос. Математика – это скорее школа мышления. Естественные и технические науки также нельзя рассматривать лишь как реестр наблюдений и экспериментов. Прикладная математика есть не что иное, как сотрудничество математики и этих наук. Прикладной математики в виде готовой теории не существует. Она возникает, когда математическая мысль прикасается к окружающему миру, но лишь при условии, если и математический дух, и природная материя не закоснели. Следует иметь в виду, что наука не только описывает существующую действительность, но и создает новую, поэтому математик должен занимать активную позицию: не ожидать задач, а самому их ставить. Вряд ли можно сомневаться, что успехи так понимаемой прикладной математики превзойдут самые смелые ожидания" [129]. Это мой девиз и программа научного направления действий [58].

А то, что многое при таком подходе к исследованию природных и технических систем находят оригинальные решения, то в этом сомнения нет [139]. Например, очень интересное альтернативное решение получается при моделировании инвариантов ритмов мозга с помощью чисел Фибоначчи-Падована:

$x_2 = 1,61803398\dots = \Phi$; $x_3 = 1,32471795\dots$; $x_4 = 1,22074408\dots$. И действительно, x_2 - соответствует инварианту β -ритма мозга, x_3 - инварианту θ -ритма мозга и x_4 - инварианту Δ -ритма мозга. Оказывается, что с помощью чисел Фибоначчи-Падована можно получить достаточно точное приближение для инвариантов α - γ -ритмов, так как $\alpha = \gamma = (\Delta \cdot \theta)^{1/2} = (x_3 \cdot x_4)^{1/2} = 1,27166882\dots \approx 1,272$.

Не менее интересным примером есть полученный во взаимосвязи со сверхновой СПЧ результат исследования в виде ММ культурологической периодизации истории развития человечества с демографических позиций [140, 141]. Кроме этого, казалось бы, ни какого отношения не имеющая закономерность в природе, которая нашла свое отражение в области электросвязи, заставила о себе напомнить через столетие после ее приближенного и ненаучного утверждения в стандартах.

Речь ведется со строго научных позиций о приведенной ранее классификации уровней передачи, что не выдерживает критики из-за нарушения принципов абсолютности и относительности. Так как абсолютные параметры физического объекта не могут быть подвергнуты изменению в любых системах отсчета, то в качестве единственно возможных абсолютных практических электрических единиц необходимо использовать 1В, 1А, 1Вт, 1Ом и 1См, а переход к ближайшим производным от абсолютных единиц значениям целесообразно производить с учетом взятия их за единицу и введения коэффициентов пропорциональности равным единице.

Следовательно, термин «абсолютные нулевые уровни» в электросвязи необходимо заменить на термин «нулевые уровни», где в их качестве использовать доказанные впервые теоретические значения в работе [48], то есть: $R'_0 = 0,618... = \bar{\Phi}$ кОм; $P_0 = 10^{-3}$ Вт; $U'_0 = 0,786... = \bar{\Phi}^{1/2}$ В и $I'_0 = 1,272... \cdot 10^{-3} = \Phi^{1/2} \cdot 10^{-3}$ А.

С научных позиций термин «абсолютные уровни» целесообразно заменить на термин «относительные уровни 1-го рода» (или «первичные»), а термин «относительные уровни» - на «относительные уровни 2-го рода» (или «вторичные»). В новой классификации измерительный уровень является частным случаем относительного уровня 1-го рода по напряжению [114].

В последние годы для характеристики электрических параметров радиоаппаратуры стали применять и другие значения по мощности, в частности: 1Вт; 1мкВт=10⁻⁶ Вт и 1пВт=10⁻¹² Вт. Следовательно, для каждой из приведенных мощностей можно произвести расчет соответствующих нулевых уровней. Например, если $P'_0 = 1$ Вт и $U'_0 = \bar{\Phi}^{1/2}$ В, то $I'_0 = \Phi^{1/2}$ А и $R'_0 = \bar{\Phi}$ Ом [114].

Таким образом, судя даже по неоднородности приведенных примеров можно выделить главное – имеется возможность моделирования разнородные процессы с помощью единого ЛМА, что позволяет разработать единый подход к унификации чисел и пропорций в стандартизации, увязав их в перспективе с основами построения теории измерения.

ЛИТЕРАТУРА

1. Сойер У.У. Прелюдия к математике. – М.: Просвещение, 1965. – 356 с.
2. Ясинский С.А. Прикладная «золотая» математика и ее приложения в электросвязи. – М.: Горячая линия-Телеком, 2004. – 239 с.
3. Ясинский С.А. Основы унификации элементарной математики для инженеров-исследователей и место в ней «золотого» сечения. – СПб.: ВАС, 2006. – 124 с.
4. Spinadel, Vera W. De, «New Smarandache Sequences: The Family of Metallic Means» // «Proceedings of the First International Conference on Smarandache Type Notions in Number Theory». – Romania and USA: American Research Press, USA, 1997. – S. 79-115.
5. Лебедев В.И. Очерки по истории точных наук: Кто автор первых теорем геометрии? – Петроград: Р.В.Ц., 1920. – 64 с.
6. Воробьев Н.Н. Числа Фибоначчи. – М.: Наука, 1978. – 144 с.
7. Математика в понятиях, определениях и терминах. Часть I. Под ред. Л.В. Сабина. – М.: Просвещение, 1978. – 320 с.
8. Кострыкин А.И. Введение в алгебру. Основы алгебры: Учебник для вузов. – М.: Физматлит, 1994. – 320 с.
9. Ясинский С. А. Простейшие свойства последовательностей типа Фибоначчи-Люка для анализа и синтеза элементов телекоммуникационных сетей // Инновационная деятельность в ВС РФ. Труды всеармейской НПК. – СПб.: ВАС, 2005. – С. 278-279.
10. Стахов А.П. Новая математика для живой природы. – Винница: ТОВ «ИТГ», 2003. – 264с.
11. Ясинский С.А. Уточнение уравнений «золотой» геометрической прогрессии для синтеза элементов телекоммуникационных сетей // Инновационная деятельность в ВС РФ. Труды всеармейской НПК. – СПб.: ВУС, 2003. – С. 156-157.
12. Стахов А.П. Коды золотой пропорции. – М.: Знание, 1979. – 64 с.
13. Пойа Д. Математическое открытие. – М.: Наука, 1970. – 452 с.
14. Гарднер М. Математические новеллы. – М.: Мир, 1974. – 456 с.
15. Шишков Г.Б. Числа Фибоначчи-Шишкова: Математические новации: Научное издание. – М.: Изд-во Российской эконом. академии, 1994. – 28 с.
16. Гарднер М. Математические головоломки и развлечения // Пер. с англ. – М.: Мир, 1971. – 511 с.
17. Газале М. Гномон. От фараонов до фракталов. – Москва-Ижевск: Институт компьютерных исследований, 2002. – 272 с.
18. Ясинский С.А. Пропорции и последовательности Фибоначчи-Падована // Личность и Культура. – СПб.: 2005. № 5. – С. 34.
19. Белянин В.С. Владел ли Платон кодом золотой пропорции? Анализ мифа. – 2006. http://www.a3d.ru/archi/stat/no_mif.php.

20. Белянин В.С. Еще раз к вопросу об исторической теме при изучении золотой пропорции (Открытое письмо членам Международного клуба золотого сечения) // «Академия Тринитаризма», М., Эл. № 77-6567, публ. 13775, 14.09. 2006.
21. Радзюкевич А.В. "Законы красоты – мифология или технология?" (Часть 1). – 2006. http://www.a3d.ru/archi/stat/radz2006_1.php.
22. Тайш, Джессика, Барр, трейси. Леонардо да Винчи для «чайников» // Пер. с англ. – М.: Издательский дом «Вильямс», 2006. – 304 с.
23. Леонардо да Винчи. Избранные естественнонаучные произведения // Редакция, перевод, статья и комментарии В.П. Зубова. – М.: Издательство АН СССР, 1995. – 1208 с.
24. Сороко Э.М. Золотое сечение, процессы самоорганизации и эволюции систем: Введение в общую гармонию систем. – М.: КомКнига, 2006. – 264 с.
25. Васютинский Н.А. Золотая пропорция. – М.: «Молодая гвардия», 1990. – 238 с.
26. Васютинский Н.А. Золотая пропорция. – СПб.: «ДИЛЯ», 2006. – 368 с.
27. Стахов А., Слученкова А., Щербачев И. Код да Винчи и ряды Фибоначчи. – СПб.: Питер, 2006. – 320 с.
28. Коробко В. И. Золотая пропорция и проблемы гармонии систем. – М.: Ассоциация СВ стран СНГ, 1997. – 373 с.
29. Коробко В. И. Золотая пропорция и человек. – М.: Международная ассоциация СВ, 2002. – 394 с.
30. Платон. Сочинения. В 3-х томах. Перевод с древнегреческого. Под общей редакцией А. Ф. Лосева и В. Ф. Асмуса. Т. 3. Ч. 1. Ред. В. Ф. Асмус. – М.: «Мысль», 1971. – 687 с.
31. Лосев А.Ф., Тахо-Годи А.А. Платон. Аристотель. – М.: «Молодая гвардия», 1993. – 383 с.
32. Сергей Эйзенштейн о «золотом сечении». <http://www.trinitas.ru/rus/doc/0232/004a/02321047.htm>.
33. Лосев А.Ф. История философии как школа мысли // Философия. Мифология. Культура.— М.: Политиздат, 1991. – 525 с.
34. Лосев А.Ф. История античной эстетики. Ранняя классика. – М.: ООО «Издательство АСТ»; Харьков: Фило, 2000. – 624 с.
35. Начала Евклида. Книги I-VI // Перевод с греческого и комментарии Д.Д. Мордухай-Болтовского при редакционном участии М.Я. Выгодского и И.Н. Веселовского. –М. –Л.: ГИТТЛ, 1948. – 448 с.
36. Начала Евклида. Книги XI-XV // Перевод с греческого и комментарии Д.Д. Мордухай-Болтовского при редакционном участии И.Н. Веселовского. –М. –Л.: ГИТТЛ, 1950. – 332 с.
37. Начала Евклида. Книги VII-X // Перевод с греческого и комментарии Д.Д. Мордухай-Болтовского при редакционном участии И.Н. Веселовского. – М. –Л.: ГИТТЛ, 1949. – 512 с.

38. Сергеев А.Г., Крохин В.В. Метрология: Учебное пособие для вузов. – М.: Логос, 2002. – 408 с.
39. Губинский А.И. Надежность и качество функционирования эргатических систем. – Л.: Наука, 1982. – 270 с.
40. ГОСТ В 20.57.102-77. Комплексная система контроля качества. Показатели качества изделия военной техники. – М.: Издательство стандартов, 1977. – 8 с
41. Ханович И.Г. Научно-техническое прогнозирование в стандартизации. – М.: Изд-во стандартов, 1983. – 156 с.
42. Парамонов Р.М. Современные Архимеды, или как использовать международные стандарты для завоевания мировых рынков // Стандарты и качество. – М.: 1998. № 6. – С. 85-87.
43. Геков Ф. Психология управления. – М.: Прогресс, 1982. – 424с.
44. Зайцев В.С. Системный анализ операторской деятельности. – М.: Радио и связь, 1990. – 120с.
45. Справочник по инженерной психологии / Под ред. Б.Ф. Ломова. – М.: Машиностроение, 1982. – 368 с.
46. Данилова Н.Н. Психофизиология. – М.: Аспект Пресс, 1998. – 373с.
47. Ясинский С.А. О прикладной «золотой» математике и ее приложениях в электросвязи // Инновационная деятельность в ВС РФ. Труды всеармейской НПК. – СПб.: ВУС, 2002. – С. 67-69.
48. Ясинский С.А. «Золотая» пропорция в электросвязи. – СПб.: ВУС, 1999. – 164 с.
49. Бусленко Н.П. Моделирование сложных систем. – М.: Наука, 1978. – 400 с.
50. Козловский Н.С., Виноградов А.Н. Основы стандартизации, допуски, посадки и технические измерения. – М.: Машиностроение, 1982. – 284 с.
51. Ясинский С.А. Унифицированные математические модели для анализа и синтеза элементов телекоммуникационных сетей. – СПб.: ВУС, 2003. – 184 с.
52. Игнатов В.В., Ясинский С.А. Классификация уровней структурно-физической реализации телекоммуникационных систем // Инновационная деятельность в ВС РФ. Труды всеармейской НПК. – СПб.: ВУС, 2002. – С. 181-183.
53. Басовский Л.Е., Протасьев В.Б. Управление качеством: Учебник. – М.: ИНФРА-М, 2003. – 212 с.
54. Палицин Ф.И., Пролейко В.М. Экономические методы управления качеством продукции. – М.: Машиностроение, 1981. – 78 с.
55. Игнатов В.В., Ясинский С.А. Определение весовых коэффициентов для ранжирования параметров // Инновационная деятельность в ВС РФ. Труды всеармейской НПК. – СПб.: ВУС, 2002. – С. 70-72.
56. Ясинский С.А. Определение весовых коэффициентов для ранжирования параметров на основе «золотого» сечения // Инновационная деятельность в ВС РФ. Труды всеармейской НПК. – СПб.: ВУС, 2004. – С. 331-333.

57. Игнатов В.В., Сахнин А.А. Радиоэлектронная защита систем и средств военной связи. – СПб.: «Тема», 2001. – 212 с.
58. Ясинский С.А. Основы логико-математического моделирования систем «человек-машина-среда». СПб.: ВУС, 2002. – 212 с.
59. Ясинский С.А. Синтез сетей связи на основе «металлических» пропорций. – СПб.: ВУС, 2002. – 108 с.
60. Ясинский С.А. «Золотое» сечение в культурном и социально-экономическом развитии общества с приложениями в связи и логистике. – СПб.: ВАС, 2005. – 176 с.
61. Патент на изобретение № 2120699 (РФ). Автоматическая система обхода для локальных сетей кольцевого типа / Ясинский С.А., Хардин В.Л., Столяров В.И. // Оpubл. Б.И. № 29, 1998.
62. Патент на изобретение № 2133080 (РФ). Автоматическое устройство обхода для сетей связи / Ясинский С.А., Столяров В.И., Стратьев А.А. // Оpubл. Б.И. № 19, 1999.
63. Патент на изобретение № 2154345 (РФ). Автоматическое устройство обхода элементов проводных сетей связи / Ясинский С.А., Поляков А.В., Стратьев А.А. // Оpubл. Б.И. № 22, 2000.
64. Патент на изобретение № 2153228 (РФ). Автоматическое устройство обхода для волоконно-оптических сетей связи / Ясинский С.А., Стратьев А.А. // Оpubл. Б.И. № 20, 2000.
65. Патент на изобретение № 2185030 (РФ). Автоматическое устройство обхода для сетей связи / Берсенов И.И., Столяров В.И., Ясинский С.А. // Оpubл. Б.И. № 19, 2002.
66. Патент на изобретение № 2207731 (РФ). Автоматическое устройство обхода для сетей связи / Берсенов И.И., Горбач А.Н., Ясинский С.А. и др. // Оpubл. Б.И. № 18, 2003.
67. Патент на изобретение № 2298284 (РФ). Автоматическое устройство обхода сетей связи / Зюзин А.Н., Ясинский С.А. // Оpubл. Б.И. № 12, 2007.
68. Гаврилов С.Н. Ряды предпочтительных чисел. – М.: Изд-во стандартов, 1979. – 44 с.
69. Ясинский С.А. Обобщенная математическая модель для международной системы предпочтительных чисел и инвариантов ритмов мозга // Инновационная деятельность в ВС РФ. Труды всеармейской НПК. – СПб.: ВУС, 2001. – С. 128-130.
70. Ясинский С.А. Уточнение теории пассионарности и ритмы мозга // Личность и Культура. – СПб.: 2000. № 4. – С. 47-51.
71. Ясинский С.А. Уточнение теории пассионарности, моделирование взаимосвязей между темпераментами и инвариантами ритмов мозга // Книга: «Этика. Эстетика. Экономика» – СПб.: СПб. ТПП, 2002. – С. 273-294.

72. Ясинский С.А., Курносков В.И., Масановец В.В. Математические модели для системы предпочтительных чисел // Сборник трудов 1-ой МНПК «Исследование, разработка и применение высоких технологий в промышленности». Т. 2. – СПб.: Изд-во Политехнического университета, 2005. – С. 234-236.
73. Ясинский С.А. Уточнение системы предпочтительных чисел для опережающей стандартизации на основе «золотой» пропорции // Металлообработка. – СПб.: Политехника, 2003. № 3 (15). – С. 37-41.
74. Ясинский С.А. Основы динамических аналогий в исследовательской деятельности. – СПб.: ВУС, 2004. – 164 с.
75. Власов И.И., Птичников М.М. Измерения в цифровых сетях связи. – М.: Постмаркет, 2004. – 432 с.
76. Сергеев А.Г. Метрология: Учебник. - М.: Логос, 2004. – 288 с.
77. Мушек Э., Мюллер П. Методы принятия технических решений: Пер. с нем. – М.: Мир, 1990. – 208 с.
78. Нешумов Б.В., Щедрин Е.Д., Минервин Г.Б. и др. Художественное проектирование. – М.: росвещение, 1979. – 175 с.
79. Ткаченко В.В. и др. Основы стандартизации. – М.: Издательство стандартов, 1986. – 328 с.
80. Справочник по инженерной психологии // Под ред. Б.Ф. Ломова. – М.: Машиностроение, 1982. – 368 с.
81. Петров Н.И. Основы стандартизации. – Л.: ВИКИ, 1980. – 150 с.
82. ГОСТ 8032-84 (СТ СЭВ 3961-83). Предпочтительные числа и ряды предпочтительных чисел. – М.: Изд-во стандартов, 1984. – 16 с.
83. Основы стандартизации (коллектив) авторов // учебник для техникумов. – М.: Издательство стандартов, 1986. – 328 с.
84. Груданов В.Я. Совершенствование машин и аппаратов пищевых производств. – Минск: Минсксельхозпродукт, 1996. – 248 с.
85. Ясинский С.А. «Золотое сечение» в экономике // Книга: «Этика. Эстетика. Экономика». – СПб.: СПб. ТПП, 2002. – С. 355-388.
86. Родин В.А., Ясинский С.А. Детерминизм в самоорганизующихся системах. – СПб.: ВУС, 2001. – 108 с.
87. Ясинский С.А. и др. Моделирование в анатомии и физиологии человека на основе «золотого» сечения // Инфокоммуникационные технологии и радиоэлектронные системы в медицине, нейробиологии и образовании: Сборник научных трудов 1-го международного научного конгресса «Нейробиотелеком-2004». – СПб.: Политехника, 2004. – С. 116-121.
88. Ясинский С.А. Доказательство нецелесообразности использования вурфовых зависимостей в качестве интегральных показателей анатомического строения // Инфокоммуникационные технологии и радиоэлектронные системы в медицине, нейробиологии и образовании: Сборник научных трудов 1-го международного научного конгресса «Нейробиотелеком-2004». – СПб.: Политехника, 2004. – С. 195-198.

89. Бреслав Г.Э. Цветопсихология и цветолечение для всех. – СПб.: Б. & К., 2000. – 212 с.
90. Хазен А.М. Поле, волны, частицы и их модели. – М.: Просвещение, 1979. – 112 с.
91. Хьюбел Д. Глаз, мозг, зрение: Пер. с англ. – М.: Мир, 1990. – 239 с.
92. Ашкенази Г.И. Цвет в природе и технике. – М.: Энергоатомиздат, 1985. – 96 с.
93. Монин А.С. Солнечный цикл. – Л.: Гидрометеиздат, 1980. – 68 с.
94. Фрилинг Г., Ауэр К. Человек – цвет – пространство: Пер.с нем. – М.: Стройиздат, 1973. – 141 с.
95. Шамшинова А.М., Волков В.В. Функциональные методы исследования в офтальмологии. – М.: Медицина, 1999. – 416 с.
96. Радзюкевич А.В. Красивая сказка о «золотом сечении». <http://www.sibdesign.ru/index.php?text=1&rasdel=stat&textnew=20030615041954>.
97. Борисовский Г.Б. Эстетика и стандарт. – М.: Изд-во стандартов, 1982. – 232 с.
98. Ясинский С.А. О нецелесообразности абсолютизации «Модулора» Ле Корбюзье и устранение нарушения гармоничности между красной и синей шкалой // Личность и Культура. – СПб.: 2006. № 1. – С. 12-14.
99. Яковлев Л.И., Дедюкин Г.В., Каграманов Э.С. и др. Тропосферная связь. – М.: Воениздат, 1984. – 256 с.
100. Жуков В.А., Серков В.П., Филипов В.В., Чернолес В.П. Радиочастотная служба и антенные устройства. – Л.: ВАС, 1989. – 264 с.
101. Физика космоса: Маленькая энциклопедия // Редкол.: Р.А. Сюняев и др. – М.: Сов. энциклопедия, 1986. – 783 с.
102. Витинский Ю.И. Солнечная активность. – М.: Наука, 1983. – 192 с.
103. Монин А.С. Солнечный цикл. – Л.: Гидрометеиздат, 1980. – 68 с.
104. Кеплер И. О шестиугольных снежинках. – М.: Наука, 1983. – 192 с.
105. Домбровский К.И. Распределение рациональных чисел и резонанс // Проблемы теории гравитации и элементарных частиц. – М.: Энергоатомиздат, 1985. Вып. 16.
106. Бутусов К.П. "Золотое сечение" в Солнечной системе // Астрономия и небесная механика. Серия: Проблемы исследования Вселенной. – М. – Л.: АН СССР, 1978. Вып. 7.
107. Черняев А.Ф., Тарасова С.В. "Золото" Руси. – М.: МАИ, 1995. – 32 с.
108. Вахрамеева Т.И. Реконструкция Ильинской церкви в деревне Задняя Дуброва // Проблемы исследования, реставрации и использования архитектурного наследия Карелии и сопредельных областей. – П.: Петрозаводский ГУ, 1985. – С. 65-74.

109. Хрол Т.М. Определение количественных характеристик регулярности плани-ровки и застройки поселений // Проблемы исследования, реставрации и использования архитектурного наследия Карелии и сопредельных областей. – П.: Петрозаводский ГУ, 1985. – С. 18-22.
110. Дагаев М.М. Книга для чтения по астрономии. – М.: Просвещение, 1980. – 159 с.
111. Марков К.К., Добродеев О.П., Симонов Ю.Г., Суетова И.А. Введение в физическую географию. – М.: МГУ, 1970. – 240 с.
112. Ясинский С.А. От пирамиды Хеопса к системе «золотых» пирамид. – СПб.: «Петербургская Новая Школа», 2001. – 64 с.
113. Ясинский С.А. Осознание знания на основе синергетики и «золотого сечения» // Книга: «Этика. Эстетика. Экономика.» – СПб.: СПб торгово-промышленная палата, 2002. – С. 31-58.
114. Ясинский С.А. Уточнение «абсолютных» уровней в электросвязи // Математическое и программное обеспечение вычислительных систем: Межвуз. сб. научн. тр. – М.: Минобразование России, РГРТА, 1999. – С. 148-153.
115. Домбровский К.И. Распределение рациональных чисел и резонанс // Проблемы теории гравитации и элементарных частиц. – М.: Энергоатомиздат, 1985. Вып. 16.
116. Рябов Ю.А. Движение небесных тел. – М.: Наука, 1988. – 240 с.
117. Камке Д., Кремер К. Физическая основа единиц измерения. – М.: Мир, 1980. – 208 с.
118. Ильин В.А. Телеуправление и телеизмерение. – М.: Энергия, 1974. – 408 с.
119. Зинченко Н.С., Ясинский С.А. О целесообразности уточнения частоты-камертона и темперированного строя // Личность и Культура. – СПб.: 2003. № 1–2. – С. 32-34.
120. Штейнгауз Г. Математический калейдоскоп. -М.: Наука, 1981. – 160 с.
121. Ландау Л.Д., Китайгородский А.И. Физика для всех. – М.: ГИФМЛ, 1963. – 392 с.
122. Шевелев И.Ш., Муратаев М.А., Шмелев И.П. Золотое сечение: три взгляда на природу гармонии. – М.: Стройиздат, 1990. – 343 с.
123. Ясинский С.А. От пирамиды Хеопса к системе «золотых» пирамид // Серия «О смысле «золотого» сечения». Выпуск 1. – СПб.: «петербургская новая Школа», 1999. – 64 с.
124. Вавилов С. И. Глаз и солнце. – М.: Наука, 1981. – 128 с.
125. Чертов А. Г. Физические величины. – М.: Высшая школа, 1990. – 336 с.
126. Зайдлер Л. Атлантида: Пер. с польского. – М.: Мир, 1966. – 344 с.

127. Альсведе Р., Вегенер И. Задачи поиска: Перевод с нем. – М.: Мир, 1982. – 368 с.
128. Федоренко Р.П. Приближенное решение задач оптимального управления. – М.: Наука, 1978. – 488 с.
129. Штейнгауз Г. Задачи и размышления // Пер. с польского. – М.: Мир, 1972.
130. Рейнгольд Э., Нивергельт Ю., Део Н. Комбинаторные алгоритмы. Теория и практика. – М.: Мир, 1980. – 478 с.
131. Ясинский С.А. Распределение канального ресурса методами «золотой» пропорции и чисел Фибоначчи // Сборник РДР. В3291, 1998. – 13 с.
132. Уайлд Д. Дж. Методы поиска экстремума. – М.: Наука, 1967. – 268 с.
133. Гурин Л.С., Дымарский Я.С., Меркулов А.Д. Задачи и методы оптимального распределения ресурсов. – М.: Совесткое радио, 1968. – 463 с.
134. Стахов А.П. Алгоритмическая теория измерения. - М.: Знание, 1979. – 64 с.
135. Стахов А.П. Введение в алгоритмическую теорию измерения. - М.: «Сов. радио», 1977. – 288 с.
136. Бабков В.Ю., Муравьев Ю.К. Основы построения устройств согласования антенн. – Л.: ВАС, 1980. – 240 с.
137. Ясинский С.А. Резонансная согласующая цепь с повышенной структурной надежностью // Инновационная деятельность в ВС РФ. Труды всеармейской НПК. – СПб.: ВУС, 2003. – С. 336-340.
138. Патент на изобретение № 2276454 (РФ). Дискретная реактивная цепь / Ясинский С.А., Чернолес В.П., Ульянов Ю.Б., Парашук И.Б. // Опубл. Б.И. № 13, 2006.
139. Ясинский С.А. Альтернативная модель для инвариантов ритмов мозга на основе пропорции Фибоначчи-Падована // Личность и Культура. – СПб.: 2005. № 5. – С. 32-33.
140. Ясинский С.А. Моделирование культурологической периодизации истории человечества и его закон демографического роста // Материалы четвертой междисциплинарной научной конференции. – М.: Дельфис, 2004. – С. 233-237.
141. Ясинский С.А. Моделирование культурологической периодизации истории человечества и его закон демографического роста по результатам анализа интенсивностей изобретений и исторических событий // Регистрация научных открытий в области общественных и гуманитарных наук. Выпуск 1. – М., – Ровно: 2006. – С. 37-48.

Технический редактор Г. Н. Кузей

Подписано к печати . . . Объем печ. л. Зак.

Бесплатно

Типография ВАС